

COMPITO — 13/12/2006

Corso di Calcolo Numerico — Prof.ssa M. Morandi Cecchi

Esercizio 1.

Individuare e correggere nella seguente tabella il dato affetto da un errore, sapendo che le derivate della funzione tabulata tendono rapidamente a zero.

x	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
f_i	91	136	111	16	-125	-264	-244	-224	171	1000	2431

Il candidato fornisca

1. La tabella delle differenze finite per i dati non corretti;
2. Il dato affetto da errore ed il relativo errore;
3. La tabella delle differenze finite relativa ai dati corretti.

L'individuazione del dato affetto da errore deve essere effettuata sulla colonna della quarta differenza finita. Il calcolo dell'errore deve essere effettuato assumendo come valore di riferimento il valore medio dei dati non affetti da errore.

Esercizio 2.

Data l'equazione differenziale

$$y' = -xy^2$$

con condizione iniziale

$$y(0) = 1$$

determinare il valore di $y(1)$ mediante il metodo di *Runge-Kutta* del quarto ordine con passo $h = 0.1$. Valutare inoltre le quantità $y(\sqrt{2}/\sqrt{3})$ mediante approssimazione lineare e successivamente $y'(\sqrt{2}/\sqrt{3})$ e $y''(\sqrt{2}/\sqrt{3})$.

Esercizio 3.

Approssimare il seguente problema al contorno

$$-\frac{1}{6}u'' = x \quad \text{in } (-1, 1)$$

soggetto alle condizioni

$$u(-1) = 0 \quad \text{ed} \quad u(1) = 0,$$

su una mesh di 6 elementi equispaziati (7 nodi) $[inspace(-1, 1, 7)]$ ed elementi finiti lineari.

Si utilizzi nel calcolo degli integrali le formule di integrazione esatta eventualmente con l'utilizzo dell'approssimazione del baricentro.

Si fornisca:

1. La matrice di rigidezza del sistema;
2. Il vettore dei carichi del sistema;
3. Il vettore delle soluzioni nodali;