

Esercizio 1.

Si scriva una procedura per il calcolo della fattorizzazione LU di una matrice A e si applichi tale metodo alla risoluzione di un sistema lineare $Ax = b$ a scelta dallo studente.

Si riporti ulteriormente i seguenti valori:

- 1-norma della matrice A ;
- ∞ -norma della matrice A ;
- Errore nella 1-norma della soluzione rispetto alla soluzione esatta;
- Errore nella 2-norma della soluzione rispetto alla soluzione esatta;
- Errore nella ∞ -norma della soluzione rispetto alla soluzione esatta;

Successivamente, si scriva una routine per il calcolo del determinante della matrice A che sfrutti la fattorizzazione LU della matrice ottenuta in precedenza. Provare l'algoritmo anche su casi patologici in cui il determinante è zero.

Esercizio 2.

Data la matrice di Poisson (simmetrica e definita positiva) A (si veda “help gallery” in MatLab per ottenere l'informazione necessaria), si scriva una routine che calcoli la fattorizzazione di Cholesky della matrice. Successivamente, si risolva il sistema lineare $Ax = b$ dove la scelta di b è lasciata allo studente.

Si faccia attenzione che la matrice ottenuta dal comando MatLab è una matrice in formato sparso e deve essere convertita in formato pieno per essere applicata dalla successiva routine. A tal fine si utilizzi il comando “full”.

Esercizio 3.

Data la seguente matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.1 & -0.1 & -1.0 \\ 2.2 & 1.0 & -3.0 & +2.0 \\ 0.0 & -0.1 & 4.4 & -1.0 \\ -1.1 & 0.0 & 1.1 & 5.5 \end{bmatrix}$$

si calcolino tutti gli autovalori. Si proceda scrivendo l'equazione del polinomio caratteristico mediante la regola dei minori principali, poi si applichino le routine sviluppate nell'esercitazione precedente al fine di separare le radici e di approssimarle.

Osservazione.

Si possono utilizzare nella risoluzione degli esercizi tutte le routine Matlab relative ad un linguaggio standard di programmazione (es. for, while, if, else, ...) ed alcune funzioni quali *nchoosek* e l'operatore di indicizzazione vettorizzata “colon” :.

Sono invece vietate l'utilizzo di tutte quelle routine Matlab che implementano algoritmi di calcolo numerico. Ad esempio: roots, fzero, eig, inv, deconv, conv, pcg, lu, polyval, det, routine di calcolo simbolico, \ e / applicati alla risoluzione di sistemi lineari.