G. Parmeggiani, 9/12/2019 **Algebra Lineare, a.a. 2019/2020,**

Scuola di Scienze - Corsi di laurea: **Statistica per l'economia e l'impresa**
Statistica per le tecnologie e le scienze

Studenti: **numero di MATRICOLA PARI**

Esercizi per casa 10

$\boxed{\mathbf{1}}$ Si trovi una base ortonormale del sottospazio

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} i \\ -1 \\ i \\ -1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -1 \\ -i \\ -1 \\ -i \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2i \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{di} \quad \mathbb{C}^4.$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ Si consideri il sottospazio

$$W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 & 2i \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1+2i \end{pmatrix} \right\rangle$$

di $M_2(\mathbb{C})$. Si trovi una base ortonormale di W rispetto al prodotto interno $(\cdot|\cdot) : M_2(\mathbb{C}) \times M_2(\mathbb{C}) \to \mathbb{C}$ definito nell'esercizio 3 degli "Esercizi 9".

$\boxed{\mathbf{3}}$ Si trovino basi di $V_1^{\perp}$ e $V_2^{\perp}$ dove

$$V_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ i \\ 2 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{e} \quad V_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 1 \\ i \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} i \\ -1 \\ i \\ -1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ Siano W e $(\cdot|\cdot) : M_2(\mathbb{C}) \times M_2(\mathbb{C}) \to \mathbb{C}$ come nell'esercizio 2. Si trovi il complemento ortogonale $W^{\perp}$ di W in $M_2(\mathbb{C})$ rispetto al prodotto interno $(\cdot|\cdot)$.

$\boxed{\mathbf{5}}$ Si calcoli la proiezione ortogonale di

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2i \\ -6 \\ 8i \\ 10 \end{pmatrix} \quad \text{sul sottospazio} \quad U = \left\langle \begin{pmatrix} i \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 8i \\ 0 \\ -i \\ 1 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 7i \\ -1 \\ -i \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{di} \quad \mathbb{C}^3.$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ Siano W e $(\cdot|\cdot) : M_2(\mathbb{C}) \times M_2(\mathbb{C}) \to \mathbb{C}$ come nell'esercizio 2. Si calcoli la proiezione ortogonale $P_W(\mathbf{v})$ di

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2i & 3\sqrt{5} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{C})$$

su W rispetto al prodotto interno $(\cdot|\cdot)$.

$\boxed{\mathbf{7}}$ Sia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & i & -2 & 9i \\ i & -1 & -2i & 0 \\ -1 & -i & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Si trovino una decomposizione $\mathbf{Q_0 R_0}$-non-normalizzata ed una decomposizione $\mathbf{QR}$-normalizzata per $\mathbf{A}$.

$\boxed{\mathbf{8}}$ Siano $\mathbf{0} \neq \mathbf{v} \in \mathbb{R}^m$, $\alpha \in \mathbb{R}$ ed $\mathbf{A}(\alpha) = \begin{pmatrix} \mathbf{v} & \alpha\mathbf{v} \end{pmatrix}$. Si trovino:

(a) una decomposizione $\mathbf{Q_0 R_0}$-non-normalizzata per $\mathbf{A}(\alpha)$;

(b) una decomposizione $\mathbf{QR}$-normalizzata per $\mathbf{A}(\alpha)$.