G. Parmeggiani, 5/11/2019 **Algebra Lineare, a.a. 2019/2020,**

Scuola di Scienze - Corsi di laurea: **Statistica per l'economia e l'impresa**
Statistica per le tecnologie e le scienze

Studenti: **numero di MATRICOLA PARI**

Esercizi per casa 5

$\boxed{\mathbf{1}}$ Si provi che l'insieme delle matrici simmetriche (complesse) di ordine n è un sottospazio vettoriale di $M_n(\mathbb{C})$ e che l'insieme delle matrici anti-hermitiane (complesse) di ordine n non lo è.

$\boxed{\mathbf{2}}$ Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$ è un suo sottospazio:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Big| x - 2y = 0 \right\};$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Big| x^2 - 2y = 0 \right\};$$

$$W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \Big| x - 2y = 1 \right\}.$$

$\boxed{\mathbf{3}}$ Sia $\mathbf{A} \in M_n(\mathbb{C})$. Si provi che i tre seguenti sottoinsiemi di $M_n(\mathbb{C})$ sono sottospazi vettoriali di $M_n(\mathbb{C})$:

$$\begin{aligned} W_1 &= \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} = \mathbf{BA}\}; \\ W_2 &= \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} \text{ è scalare}\}; \\ W_3 &= \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} = \mathbf{B}^T\}. \end{aligned}$$

$\boxed{\mathbf{4}}$ Sia $V = \mathbb{R}^2$ (sp. vett. reale). Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi di V è un sottospazio vettoriale di V:

$$\mathcal{S}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}; \qquad \mathcal{S}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\};$$

$$\mathcal{S}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} a-2 \\ b \end{pmatrix} | a, b \in \mathbb{R} \right\}; \qquad \mathcal{S}_4 = \left\{ \begin{pmatrix} a-2 \\ a+1 \end{pmatrix} | a \in \mathbb{R} \right\}.$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ Si dica se

$$\mathcal{W}_1 = \{i \cdot \mathbf{v} | \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n\} \quad \text{e} \quad \mathcal{W}_2 = \{2 \cdot \mathbf{v} | \mathbf{v} \in \mathbb{C}^n\}$$

sono sottospazi di $\mathbb{C}^n$.