G. Parmeggiani, 12/11/2019 **Algebra Lineare, a.a. 2019/2020,**

Scuola di Scienze - Corsi di laurea: **Statistica per l'economia e l'impresa**
Statistica per le tecnologie e le scienze

Studenti: **numero di MATRICOLA PARI**

Esercizi per casa 6

$\boxed{\mathbf{1}}$ Sia $W = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix} | a \in \mathbb{R} \right\}$ l'insieme delle matrici reali anti-simmetriche di ordine 2. Si provi che W è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $M_2(\mathbb{R})$ e si dica quali dei seguenti sottoinsiemi di $M_2(\mathbb{R})$ è un insieme di generatori per W:

$$\mathcal{S}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{S}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{S}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ Si dica se

$$\mathcal{S} = \left\{ \mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}; \mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}; \mathbf{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$$

è un insieme di generatori di $\mathbb{R}^3$.

$\boxed{\mathbf{3}}$ Siano $\mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ed $\mathbf{e_3} \in \mathbb{R}^3$. Si dica per quali $x \in \mathbb{R}$ l'insieme di vettori $\mathcal{S}(x) = \{\mathbf{v_1}; \mathbf{v_2}; \mathbf{v_3}; x \cdot \mathbf{e_3}\}$ è un insieme di generatori di $\mathbb{R}^3$.

$\boxed{\mathbf{4}}$ Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^3$ è linearmente indipendente:

$$\left\{ \mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} ; \mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} ; \mathbf{v_3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\left\{ \mathbf{w_1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} ; \mathbf{w_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} ; \mathbf{w_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} ; \right\}.$$

$\boxed{\mathbf{5}}$ Sia W l'insieme delle matrici anti-simmetriche reali di ordine 2. W è uno spazio vettoriale reale, essendo un sottospazio di $M_2(\mathbb{R})$ (si veda l'esercizio 1). Si considerino i suoi sottoinsiemi $\boldsymbol{\mathcal{S}}_1$, $\boldsymbol{\mathcal{S}}_2$ e $\boldsymbol{\mathcal{S}}_3$ definiti nell'esercizio 1. Per ciascuno di essi si dica se è linearmente indipendente oppure linearmente dipendente.