

G. Parmeggiani, 18/11/2019

Algebra Lineare, a.a. 2019/2020,

Scuola di Scienze - Corsi di laurea:

Statistica per l'economia e l'impresa
Statistica per le tecnologie e le scienze

Studenti:

numero di MATRICOLA PARI

Esercizi per casa 7

1 Sia $V = \{a + bx + cx^2 \mid a, b, c \in \mathbb{C}\}$ lo spazio dei polinomi a coefficienti complessi di grado minore od uguale a 2. Si provi che $\mathcal{B} = \{2+x^2; x-x^2; 1+x\}$ è una base di V .

2 Si provi che

$$\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{B}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

è una base dello spazio vettoriale V delle matrici complesse triangolari inferiori 2×2 .

3 Sia W lo spazio vettoriale reale delle matrici 2×2 reali simmetriche. L'insieme

$$\mathcal{S} = \left\{ \mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}; \mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{C}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; \right. \\ \left. \mathbf{C}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{C}_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \mathbf{C}_6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

è un suo insieme di generatori (non ne è richiesta la verifica). Si trovi una base di W contenuta in \mathcal{S} .

4 Qual è la dimensione dello spazio vettoriale delle matrici 2×2 reali simmetriche?

5 Sia $\mathbf{A}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & \alpha+2 & \alpha & \alpha+2 \\ 2 & 4 & 0 & \alpha+6 \end{pmatrix}$. Per ogni $\alpha \in \mathbb{C}$ si trovi una base dello spazio nullo $N(\mathbf{A}_\alpha)$ di \mathbf{A}_α .

$$\mathbf{6} \text{ Sia } \mathbf{A}_\alpha = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 2i \\ 0 & \alpha & 0 & 2i \\ 4 & \alpha-1 & 0 & 4i \\ 0 & 2 & 4\alpha-6 & 0 \end{pmatrix}, \text{ dove } \alpha \in \mathbb{C}.$$

Per ogni $\alpha \in \mathbb{C}$ si dica qual è $rk(\mathbf{A}_\alpha)$ e si trovino una base \mathcal{B}_α di $C(\mathbf{A}_\alpha)$ ed una base \mathcal{D}_α di $R(\mathbf{A}_\alpha)$.