**G. Parmeggiani, 22/10/2019** **Algebra Lineare, a.a. 2019/2020,**

**Scuola di Scienze - Corsi di laurea:** **Statistica per l'economia e l'impresa**
**Statistica per le tecnologie e le scienze**

**Studenti:** **numero di MATRICOLA PARI**

## Nota 1: Osservazioni sul rango di una matrice

$\boxed{1}$ Sia $\mathbf{A}$ una matrice $m \times n$. Se $\mathbf{U}_1$ ed $\mathbf{U}_2$ sono due forme ridotte di Gauss per $\mathbf{A}$, allora il numero delle righe non nulle di $\mathbf{U}_1$ è uguale al numero delle righe non nulle di $\mathbf{U}_2$. Ció dipende dal fatto che l'esistenza di diverse forme ridotte di Gauss per una matrice dipende esclusivamente dalla eventuale possibilità di fare delle scelte negli scambi di righe in una EG su $\mathbf{A}$, e gli scambi di righe non decrescono il numero delle righe non nulle.

Il numero delle righe non nulle di una forma ridotta di Gauss di $\mathbf{A}$ dipende quindi esclusivamente da $\mathbf{A}$ (e non dalle operazioni elementari che si fanno in una EG su $\mathbf{A}$) e si chiama **il rango di A** (piú avanti nel corso daremo un'altra definizione di rango di una matrice, equivalente a questa). Si indica con il simbolo rk($\mathbf{A}$).

$\boxed{2}$ Siano $\mathbf{A}$ una matrice $m \times n$ di rango $k$ ed $\mathbf{U}$ una forma ridotta di Gauss per $\mathbf{A}$. Poichè ogni "scalino"di $\mathbf{U}$ è "alto"una riga, allora

$$k = \text{numero delle righe non nulle di } \mathbf{U} = \text{numero delle colonne dominanti di } \mathbf{U}.$$

$\boxed{3}$ Se $\mathbf{A}$ una matrice $m \times n$ di rango $k$ allora

$$k \leq m \quad \text{e} \quad k \leq n.$$

Infatti se $\mathbf{U}$ è ua forma ridotta di Gauss per $\mathbf{A}$ allora $\mathbf{U}$ è $m \times n$ e

$$k = \text{numero delle righe non nulle di } \mathbf{U} \leq \text{numero delle righe di } \mathbf{U} = m$$
$$k = \text{numero delle colonne dominanti di } \mathbf{U} \leq \text{numero delle colonne di } \mathbf{U} = n$$