

ALGEBRA E MATEMATICA DISCRETA (parte d'Algebra)

Corso di Laurea: Informatica

... Stavamo parlando di **risoluzione d'un sistema****lineare** $A\underline{x} = \underline{b}$.

Abbiamo detto che per ogni forma ridotta di Gauss

 $[U|\underline{d}]$ delle matrici aumentata $[A|\underline{b}]$ del sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ si ha che $U\underline{x} = \underline{d}$ è EQUIVALENTE (cioè ha le stesse soluzioni) ad $A\underline{x} = \underline{b}$.Infatti, le operazioni elementari sulle righe di $[A|\underline{b}]$ corrispondono alle

OPERAZIONI ELEMENTARI SULLE EQUAZIONI DEL SISTEMA (che non alterano le soluzioni del sistema).

LE OPERAZIONI ELEMENTARI SULLE EQUAZIONI DEL SISTEMA SONO:

- ① SOMMARE AD UNA EQUAZIONE UN'ALTRA Moltiplicata per uno scalare c

(vista le stesse altre ...)

② MOLTIPLICARE UN'EQUAZIONE PER UNO SCALARE $c \neq 0$

ESEMPIO

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 6x_3 = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_3 = 4/6 = 2/3 \end{cases}$$

operazione sulle righe delle matrici

matrice aumentata

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 4 \end{array} \right] \xrightarrow{E_2(1/6)} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2/3 \end{array} \right]$$

valore che il coefficiente di x_3 nelle 2^a equazione $\rightarrow 1$ (in questo caso LA RISOLVO): moltiplico la 2^a equazione $\times 1/6$

matrice aumentata

③ SCAMBIARE DUE EQUAZIONI

ESEMPIO

$$\begin{cases} x_2 + x_3 = 72 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 72 \end{cases}$$

matrice aumentata

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 1 & 72 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{E_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 72 \end{array} \right]$$

operazione sulle righe delle matrici

matrice aumentata

RITORNANDO ALLA RISOLUZIONE di $A\underline{x} = \underline{b}$:

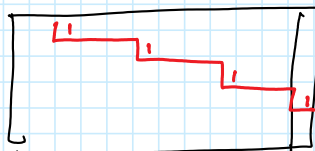
DUNQUE

$$\begin{cases} A\underline{x} = \underline{b} \\ [A|\underline{b}] \xrightarrow{EG} [U|\underline{d}] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U\underline{x} = \underline{d} \text{ è equivalente} \\ \text{ad } A\underline{x} = \underline{b} \end{cases}$$

E SI HA:

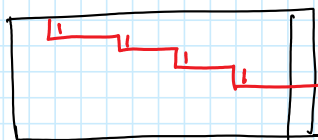
② $U\underline{x} = \underline{d}$ (equindi $A\underline{x} = \underline{b}$) ha soluzione $\Leftrightarrow \underline{d}$ è libera

Infatti se $\underline{d}$ non è libera



queste 2^e componente dell'equazione $0=1$ che NON HA soluzioni (e quindi il sistema NON HA soluzioni)

se $\underline{d}$ è libera



altrimenti

⑥ se $\underline{d}$ è libera, le soluzioni di $Ux = \underline{d}$ (e quindi anche di $Ax = \underline{b}$) si trovano (ci sono!) con LA SOSTITUZIONE ALL'INDIETRO e si ha:

1° caso se tutte le colonne di U sono dominanti, c'è un'unica soluzione

2° caso se in U ci sono colonne libere, il numero delle
 ∞ ^(numero delle colonne libere di U) soluzioni

SCELGO COME PARAMETRI LE VARIABILI
CORRISPONDENTI AUE COLONNE LIBERE DI U

ESERCIZIO TIPO 2 (file: I19tipo2.pdf)

ESERCIZIO TIPO 3 (file: I19tipo3.pdf)

PER CASA: ESERCIZI 1, 2 E 3 (file: I19casoT4.pdf)