

Svolgimento degli Esercizi per casa 3 (2^a parte)

4] Si trovino forme ridotte di Gauss per le seguenti matrici:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 & 0 \\ 3 & -3 & 9 & 6 \\ 3 & -3 & 3 & -6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{w}^T = (4 \ 0 \ 3), \quad \mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Facendo un'eliminazione di Gauss su \mathbf{A} si ottiene:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 & 0 \\ 3 & -3 & 9 & 6 \\ 3 & -3 & 3 & -6 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{31}(-3)E_{21}(-3)E_1(1/2)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & -6 \end{pmatrix} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{E_{32}(3)E_2(1/3)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{U}_1$$

ed \mathbf{U}_1 è una forma ridotta di Gauss per \mathbf{A} .

Facendo un'eliminazione di Gauss su \mathbf{B} si ottiene:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ -2 & 6 \\ 4 & 8 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{31}(-4)E_{21}(2)E_1(1/3)} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 20 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_2(\frac{1}{20})E_{23}} \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{U}_2$$

ed \mathbf{U}_2 è una forma ridotta di Gauss per \mathbf{B} .

Facendo un'eliminazione di Gauss su \mathbf{w}^T si ottiene:

$$\mathbf{w}^T = (4 \ 0 \ 3) \xrightarrow{E_1(1/4)} (1 \ 0 \ 3/4) = \mathbf{z}^T$$

e \mathbf{z}^T è una forma ridotta di Gauss per \mathbf{w}^T .

Facendo un'eliminazione di Gauss su \mathbf{v} si ottiene:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}} \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{31}(-3)E_1(1/7)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \mathbf{u}$$

ed \mathbf{u} è una forma ridotta di Gauss per \mathbf{v} .