

Svolgimento degli Esercizi per casa 4 (2^a parte)

4 Si trovi una forma ridotta di Gauss-Jordan per la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 3 & -2 & -1 & 8 \\ -2 & 2 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & -3 & 4 & -2 & -1 & 12 \end{pmatrix}.$$

Facendo una E.G. "in avanti" su \mathbf{A} otteniamo

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 3 & -2 & -1 & 8 \\ -2 & 2 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & -3 & 4 & -2 & -1 & 12 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{41}(-3)E_{31}(2)E_{21}(-2)E_1(\frac{1}{2})} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \\ &\xrightarrow{E_{42}(-1)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{43}(-1)E_3(\frac{1}{11})} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{U} \end{aligned}$$

Facendo ora una E.G. "all'indietro" su \mathbf{U} otteniamo

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{13}(-3)E_{23}(-2)} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{E_{12}(-1)} \\ &\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{W} \end{aligned}$$

\mathbf{W} è una forma ridotta di Gauss-Jordan per \mathbf{A} .