

Esercizi per casa 1

1 Si trovino il quoziente q ed il resto r della divisione di a con b nei seguenti casi (N.B.: si richiede $r \geq 0$):

1) $a = 46$ e $b = 10$,

2) $a = 49$ e $b = 52$,

3) $a = -12$ e $b = 17$,

4) $a = 76$ e $b = -13$,

5) $a = -21$ e $b = 12$.

2 Si calcoli $MCD(a, b)$ con l'algoritmo di Euclide nei seguenti casi:

1) $a = 126$ e $b = 56$,

2) $a = 234$ e $b = 273$,

3) $a = -168$ e $b = 180$,

4) $a = 231$ e $b = 165$,

5) $a = -136$ e $b = 48$,

6) $a = -208$ e $b = 286$,

7) $a = 132$ e $b = 180$.

3 Si calcolino il quoziente $q(x)$ ed il resto $r(x)$ della divisione di $f(x)$ per $g(x)$ in $\mathbb{R}[x]$ nei seguenti casi:

1) $f(x) = 12x^5 + 3x^4 + 7x^3 - 11x^2 - 2x - 3$ e $g(x) = 3x^3 + x - 3$,

2) $f(x) = 12x^6 + 20x^4 + x^2 - 7$ e $g(x) = 2x^4 + x^2 + 3x - 1$.

4 In tutti i casi considerati nell'Esercizio 2, indicando con d il massimo comun divisore positivo di a e b , si trovino $m, n \in \mathbb{Z}$ tali che

$$d = m \cdot a + n \cdot b.$$

5 Si dica quali delle seguenti congruenze sono vere e quali false:

- 1) $132 \equiv 8 \pmod{9}$,
- 2) $132 \equiv 1 \pmod{11}$,
- 3) $132 \equiv 0 \pmod{12}$,
- 4) $132 \equiv 4 \pmod{13}$.

6 Si calcolino le tavole dell'addizione e della moltiplicazione per \mathbb{Z}_3 e per \mathbb{Z}_6 .

7 Si risolvano le seguenti congruenze (ossia per ciascuna di esse si dica se ha oppure no soluzioni, e, nel caso le abbia, le si trovino tutte:

- 1) $2x \equiv 3 \pmod{5}$,
- 2) $6x \equiv 9 \pmod{15}$,
- 3) $7x \equiv 3 \pmod{14}$,
- 4) $4x \equiv 8 \pmod{12}$,
- 5) $4x \equiv 2 \pmod{12}$,
- 6) $4x \equiv 2 \pmod{11}$.

8 Si calcoli, se esiste

- 1) l'inverso di 7 modulo 10,
- 2) l'inverso di 4 modulo 10,
- 3) l'inverso di 6 modulo 15,
- 4) l'inverso di 8 modulo 15.