G. Parmeggiani **14/5/2019**

Algebra e matematica discreta, a.a. 2018/2019, parte di **Algebra**

Scuola di Scienze - Corso di laurea: **Informatica**

Esercizi per casa 10

$\boxed{\mathbf{1}}$ Siano

$$\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{e}$$

$$\mathcal{B}' = \left\{ \mathbf{v_1}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{v_2}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{v_3}' = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Dopo aver provato che $\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ sono due basi ordinate di $\mathbb{R}^3$, si calcolino le matrici di passaggio

$$\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'} \text{ (da } \mathcal{B}' \text{ a } \mathcal{B}\text{) e } \mathbf{M}_{\mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}} \text{ (da } \mathcal{B} \text{ a } \mathcal{B}'\text{)}.$$

$\boxed{\mathbf{2}}$ Sia

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ a-b \end{pmatrix} \middle| a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

lo spazio vettoriale reale considerato nell'esercizio 4 degli "Esercizi 9". Siano

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{e} \quad \mathcal{B}' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$$

$\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ sono due basi di W (N.B.: $\mathcal{B}'$ è la $\mathcal{D}$ considerata nell'esercizio 4 degli "Esercizi 9". Non si richiede di verificare che anche $\mathcal{B}$ è una base di W). Si calcoli la matrice di passaggio $\mathbf{M}_{\mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}}$ da $\mathcal{B}$ a $\mathcal{B}'$).

$\boxed{\mathbf{3}}$ Sia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 6 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ la matrice associata ad un'applicazione lineare $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ rispetto alle basi ordinate

$$\boldsymbol{\mathcal{B}} = \left\{ \mathbf{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{v_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ e}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{D}} = \left\{ \mathbf{w_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{w_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \mathbf{w_3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

su dominio e codominio rispettivamente. Si determini la matrice $\mathbf{A}'$ associata ad T rispetto alle basi ordinate

$$\boldsymbol{\mathcal{B}}' = \left\{ \mathbf{v_1}' = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{v_2}' = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right\} \text{ e}$$

$$\boldsymbol{\mathcal{D}}' = \left\{ \mathbf{w_1}' = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{w_2}' = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}; \mathbf{w_3}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

su dominio e codominio rispettivamente.