

Esercizi per casa 4

1 Sia $\mathbf{A}(\alpha) = \begin{pmatrix} 2i & 0 & -2i & 2i\alpha \\ 1 & \alpha^2 + 4 & 0 & \alpha \\ 2 & 2\alpha^2 + 8 & 0 & 4\alpha \end{pmatrix}$, dove $\alpha \in \mathbb{C}$. Per ogni $\alpha \in \mathbb{C}$ si trovi una forma ridotta di Gauss $\mathbf{U}(\alpha)$ per $\mathbf{A}(\alpha)$ e si dica quali sono le colonne dominanti e quali sono le colonne libere di $\mathbf{U}(\alpha)$.

2 Si risolva il sistema lineare $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ nei seguenti casi:

$$(a) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 & 6 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & -6 & -4 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix};$$

$$(b) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 & 6 \\ 1 & -1 & 7 & 4 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & -6 & -4 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix};$$

$$(c) \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 9 & 6 \\ 1 & 0 & 7 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 6 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

3 Si risolva il sistema lineare $\mathbf{A}(\alpha)\mathbf{x} = \mathbf{b}(\alpha)$ dipendente dal parametro complesso α dove

$$\mathbf{A}(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & \alpha - i & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & \alpha - i & \alpha + i \\ -\alpha - i & -\alpha^2 - 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{b}(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha - i \\ \alpha^2 + 1 \\ 2\alpha \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4 Si trovi una forma ridotta di Gauss-Jordan per la matrice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & -2 & 3 & -2 & -1 & 8 \\ -2 & 2 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ 3 & -3 & 4 & -2 & -1 & 12 \end{pmatrix}.$$