G. Parmeggiani **26/3/2019**

Algebra e matematica discreta, a.a. 2018/2019, parte di **Algebra**

Scuola di Scienze - Corso di laurea: **Informatica**

Esercizi per casa 5

$\boxed{1}$ Sia $\mathbf{A}(\alpha) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \alpha & \alpha^2 & -\alpha \\ 2\alpha & 2\alpha^2 & 1 \end{pmatrix}$, dove $\alpha \in \mathbb{R}$. Per quegli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $\mathbf{A}(\alpha)$ è non singolare, si calcoli $\mathbf{A}(\alpha)^{-1}$.

$\boxed{2}$ Sia $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6i & 1-i \\ 3 & -i \end{pmatrix}$. Si calcoli $\mathbf{A}^{-1}$.

$\boxed{3}$ Si dica per quali $\alpha \in \mathbb{C}$ la matrice $\mathbf{A}(\alpha) = \begin{pmatrix} \alpha+3i & \alpha \\ \alpha+3i & \alpha-i \end{pmatrix}$ è non singolare. Per tali α, si trovi l'inversa di $\mathbf{A}(\alpha)$.

$\boxed{4}$ Si provi che l'insieme delle matrici simmetriche (complesse) di ordine n è un sottospazio vettoriale di $M_n(\mathbb{C})$ e che l'insieme delle matrici anti-hermitiane (complesse) di ordine n non lo è.

$\boxed{5}$ Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$ è un suo sottospazio:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| x - 2y = 0 \right\};$$

$$W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| x^2 - 2y = 0 \right\};$$

$$W_3 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \middle| x - 2y = 1 \right\}.$$

$\boxed{6}$ Sia $\mathbf{A} \in M_n(\mathbb{C})$. Si provi che i tre seguenti sottoinsiemi di $M_n(\mathbb{C})$ sono sottospazi vettoriali di $M_n(\mathbb{C})$:

$$W_1 = \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} = \mathbf{BA}\};$$
$$W_2 = \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} \text{ è scalare}\};$$
$$W_3 = \{\mathbf{B} \in M_n(\mathbb{C}) | \mathbf{AB} = \mathbf{B}^T\}.$$

$\boxed{\mathbf{7}}$ Sia $V = \mathbb{R}^2$ (sp. vett. reale). Si dica quale dei seguenti sottoinsiemi di V è un sottospazio vettoriale di V:

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\};$$

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\};$$

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_3 = \left\{ \begin{pmatrix} a-2 \\ b \end{pmatrix} | a, b \in \mathbb{R} \right\};$$

$$\boldsymbol{\mathcal{S}}_4 = \left\{ \begin{pmatrix} a-2 \\ a+1 \end{pmatrix} | a \in \mathbb{R} \right\}.$$

$\boxed{\mathbf{8}}$ Si dica se

$$\boldsymbol{\mathcal{W}}_1 = \{i \cdot \mathbf{v} | \mathbf{v} \in \mathbb{R}^n\} \text{ e}$$
$$\boldsymbol{\mathcal{W}}_2 = \{2 \cdot \mathbf{v} | \mathbf{v} \in \mathbb{C}^n\}$$

sono sottospazi di $\mathbb{C}^n$.