G. Parmeggiani **14/5/2019**

Algebra e matematica discreta, a.a. 2018/2019, parte di **Algebra**

Scuola di Scienze - Corso di laurea: **Informatica**

ESERCIZIO TIPO 12

Si calcoli la matrice di passaggio $\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'}$ da $\mathcal{B}'$ a $\mathcal{B}$, dove $\mathcal{B}$ e $\mathcal{B}'$ sono le seguenti basi ordinate di $\mathbb{R}^3$:

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}, \qquad \mathcal{B}' = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

La matrice di passaggio $M_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'}$ da $\mathcal{B}'$ a $\mathcal{B}$ è

$$\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'} = \left(C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \quad C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \quad C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) \right).$$

Nell'ESERCIZIO TIPO 11 abbiamo calcolato

$$C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} (a+c)/2 \\ b/3 \\ (a-c)/2 \end{pmatrix}.$$

Specializzando la formula ottenuta ai tre diversi vettori $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ otteniamo

$$C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C_{\mathcal{B}}\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Dunque

$$\mathbf{M}_{\mathcal{B} \leftarrow \mathcal{B}'} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$