

# Indice breve

## PARTE I Elementi di base

<b>Capitolo 1</b> Introduzione	1
<b>Capitolo 2</b> Funzioni	34

## PARTE II Funzioni di una variabile

<b>Capitolo 3</b> Introduzione alle proprietà locali e al concetto di limite	73
<b>Capitolo 4</b> Successioni e serie	109
<b>Capitolo 5</b> Ulteriori elementi della teoria dei limiti	145
<b>Capitolo 6</b> Funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$	163
<b>Capitolo 7</b> Calcolo differenziale: funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$	179
<b>Capitolo 8</b> Integrali	231
<b>Capitolo 9</b> Complementi su successioni e serie	277

## PARTE III Funzioni di più variabili e funzioni vettoriali

<b>Capitolo 10</b> Limiti e continuità	302
<b>Capitolo 11</b> Calcolo differenziale per funzioni di più variabili	327
<b>Capitolo 12</b> Curve e integrali curvilinei	357
<b>Capitolo 13</b> Funzioni implicite ed estremi vincolati	383
<b>Capitolo 14</b> Integrali multipli	412
<b>Capitolo 15</b> Superficie e integrali di superficie	452
<b>Capitolo 16</b> I teoremi della divergenza e del rotore	468

## PARTE IV Equazioni differenziali

<b>Capitolo 17</b> Equazioni differenziali ordinarie	482
--	-----

## PARTE V Funzioni olomorfe e trasformate

<b>Capitolo 18</b> Funzioni olomorfe	525
<b>Capitolo 19</b> Trasformata di Laplace	555
<b>Capitolo 20</b> Serie e trasformata di Fourier	579





# Indice generale

Prefazione	XIII
Ringraziamenti dell'Editore	XV
Guida alla lettura	XVI

## PARTE I Elementi di base

<b>Capitolo 1 Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1 Richiami di insiemistica	2
1.2 Insiemi numerici	6
1.3 Numeri reali	8
1.3.1 Valore assoluto	10
1.3.2 Estremo superiore, inferiore - la proprietà di completezza	12
1.3.3 Radici, potenze e logaritmi	15
1.4 Numeri complessi	19
1.4.1 Radici complesse	24
1.5 Princípio di induzione	28
Appendice 1.A Grandezze trigonometriche	30
Appendice 1.B Coefficienti binomiali	32

## Capitolo 2 Funzioni

<b>34</b>
-----------

2.1 Funzione, dominio, immagine, grafico	35
2.2 Funzioni reali di una variabile reale	39
2.2.1 Funzioni monotone	39
2.2.2 Funzioni simmetriche, funzioni periodiche	41
2.2.3 Funzioni elementari	42
2.3 Funzione limitata, estremo superiore, estremo inferiore, massimo, minimo	46
2.4 Funzione iniettiva, suriettiva	50
2.5 Funzione composta	51
2.6 Funzione inversa	55
2.6.1 Le funzioni arcoseno, arcocoseno, arctangente	58
2.6.2 Invertibilità e monotonia	60
2.7 Operando con le funzioni	61
2.8 Equazioni e disequazioni: metodo grafico	68
Appendice 2.A Funzioni lineari e funzioni quadratiche	71

## PARTE II Funzioni di una variabile

<b>Capitolo 3 Introduzione alle proprietà locali e al concetto di limite</b>	<b>73</b>
3.1 Intorni	75
3.1.1 Insiemi aperti e chiusi	80

<b>3.2</b>	Limite	82
<b>3.3</b>	Proprietà elementari dei limiti	87
<b>3.4</b>	Funzioni infinitesime e infinite; il simbolo $o(1)$	97
<b>3.5</b>	Limiti notevoli di funzioni trigonometriche	100
<b>3.6</b>	Infiniti, infinitesimi e confronti	103
<b>Capitolo 4 Successioni e serie</b>		<b>109</b>
<b>4.1</b>	Successioni a valori in $\mathbb{R}$	110
<b>4.2</b>	Il numero $e$	113
<b>4.3</b>	Sottosuccessioni	115
<b>4.4</b>	Criterio di Cauchy	116
<b>4.5</b>	Successioni ricorsive	117
<b>4.6</b>	Sommatorie	119
<b>4.7</b>	Serie numeriche: definizione e proprietà elementari	121
<b>4.8</b>	Serie numeriche a termini positivi	125
<b>4.8.1</b>	Criterio del confronto	126
<b>4.8.2</b>	Criterio della condensazione	128
<b>4.8.3</b>	Criterio del rapporto, criterio della radice	130
<b>4.9</b>	Serie a termini di segno variabile	132
<b>4.9.1</b>	Convergenza assoluta, criterio di convergenza assoluta, criterio di Cauchy	132
<b>4.9.2</b>	Serie a termini di segno alterno	135
<b>4.10</b>	Riordinamenti	141
<b>4.11</b>	Prodotto di Cauchy di due serie	143
<b>Capitolo 5 Ulteriori elementi della teoria dei limiti</b>		<b>145</b>
<b>5.1</b>	Ulteriori limiti notevoli	146
<b>5.1.1</b>	Funzioni iperboliche e loro inverse	150
<b>5.2</b>	Asintoto orizzontale, obliqua, verticale	151
<b>5.3</b>	I simboli di Landau	153
<b>5.4</b>	Ordini di infinitesimo e infinito	156
<b>5.5</b>	Non esistenza di limiti	160
<b>5.6</b>	Insiemi compatti	161
<b>Capitolo 6 Funzioni continue da <math>\mathbb{R}</math> in <math>\mathbb{R}</math></b>		<b>163</b>
<b>6.1</b>	Continuità: definizione e proprietà elementari	164
<b>6.2</b>	Punti di discontinuità	167
<b>6.3</b>	Teorema degli zeri	169
<b>6.4</b>	Continuità delle funzioni inverse	172
<b>6.5</b>	Funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato	174
<b>6.6</b>	Continuità lipschitziana, continuità uniforme	175
<b>Capitolo 7 Calcolo differenziale: funzioni da <math>\mathbb{R}</math> in <math>\mathbb{R}</math></b>		<b>179</b>
<b>7.1</b>	Retta tangente, derivata	180
<b>7.2</b>	Derivata destra e sinistra, punto angoloso, cuspide	186
<b>7.3</b>	Proprietà elementari della derivata	187
<b>7.4</b>	Derivate delle funzioni elementari	191
<b>7.5</b>	Calcolo delle derivate	192
<b>7.6</b>	Estremi locali e derivate	195
<b>7.7</b>	Teorema del valor medio e applicazioni	197
<b>7.7.1</b>	Monotonia e derivata	198
<b>7.7.2</b>	Teorema di de l'Hôpital	200
<b>7.8</b>	Derivate successive	205

<b>7.9</b>	Funzioni convesse e concave	207
<b>7.10</b>	Studio di funzione	209
<b>7.11</b>	Polinomio di Taylor	215
<b>7.12</b>	Applicazioni del teorema di Peano	222
<b>7.12.1</b>	Limiti e ordini di infinitesimo/infinito	222
<b>7.13</b>	Approssimazione di funzioni con polinomi di Taylor	227

**Capitolo 8 Integrali**

<b>8.1</b>	Definizione di integrale di Riemann	233
<b>8.2</b>	Un criterio di integrabilità e classi di funzioni integrabili	237
<b>8.3</b>	Proprietà dell'integrale	239
<b>8.4</b>	Funzioni integrali. Il teorema fondamentale del calcolo integrale	241
<b>8.4.1</b>	Studio di funzioni integrali	244
<b>8.5</b>	Funzioni primitive - integrale indefinito	246
<b>8.6</b>	Calcolo degli integrali	249
<b>8.6.1</b>	Integrazione per parti	249
<b>8.6.2</b>	Integrazione per sostituzione	251
<b>8.6.3</b>	Integrazione delle funzioni razionali	255
<b>8.6.4</b>	Alcune sostituzioni di base	261
<b>8.6.5</b>	Alcune formule ricorsive e altre primitive	266
<b>8.7</b>	Integrabilità in senso improprio	267
<b>8.7.1</b>	Criteri di convergenza: criterio del confronto	270
<b>8.7.2</b>	Assoluta integrabilità in senso improprio	274

**Capitolo 9 Complementi su successioni e serie**

<b>9.1</b>	Serie numeriche e integrali impropri	278
<b>9.2</b>	Successioni e serie a valori complessi	280
<b>9.3</b>	Serie di potenze	284
<b>9.4</b>	Serie di Taylor	290
<b>9.5</b>	Successioni e serie di funzioni	294
<b>9.5.1</b>	Successioni di funzioni	294
<b>9.5.2</b>	Convergenza uniforme	296
<b>9.5.3</b>	Serie di funzioni	299

**Parte III Funzioni di più variabili e funzioni vettoriali****Capitolo 10 Limiti e continuità**

<b>10.1</b>	Introduzione	303
<b>10.2</b>	Concetti di base	305
<b>10.2.1</b>	Dominio naturale	305
<b>10.2.2</b>	Distanza, intorni, insiemi aperti e chiusi	306
<b>10.2.3</b>	L'elemento $\infty$	310
<b>10.2.4</b>	Alcune disuguaglianze notevoli	311
<b>10.3</b>	Limiti e continuità di funzioni da $\mathbb{R}^n$ in $\mathbb{R}^m$	312
<b>10.3.1</b>	Successioni a valori in $\mathbb{R}^n$ ; insiemi compatti	314
<b>10.3.2</b>	Funzioni continue su un compatto	316
<b>10.3.3</b>	Curve parametrizzate	316
<b>10.4</b>	Limiti e continuità di funzioni a valori scalari	318
<b>10.4.1</b>	Uso dei teoremi di carattere generale	319
<b>10.4.2</b>	Funzioni discontinue: alcuni esempi	320
<b>10.4.3</b>	Calcolo dei limiti	323

<b>Capitolo 11 Calcolo differenziale per funzioni di più variabili</b>	<b>327</b>
11.1 Derivate direzionali e parziali di funzioni a valori scalari	328
11.2 Differenziabilità di funzioni a valori scalari	332
11.2.1 Il teorema del valor medio sui segmenti	338
11.2.2 Integrali dipendenti da un parametro	339
11.3 Derivate di ordine superiore	341
11.4 Polinomio di Taylor	343
11.5 Insiemi convessi e funzioni convesse	346
11.6 Estremi liberi di funzioni a valori scalari	350
11.7 Derivabilità e differenziabilità di funzioni a valori vettoriali	354
<b>Capitolo 12 Curve e integrali curvilinei</b>	<b>357</b>
12.1 Curve in $\mathbb{R}^n$	358
12.1.1 Cambiamento di parametro	361
12.1.2 Integrabilità di funzioni vettoriali	362
12.2 Curve rettificabili, lunghezza	363
12.3 Integrali curvilinei di 1 <sup>a</sup> specie	367
12.4 Integrali curvilinei di 2 <sup>a</sup> specie. Forme differenziali	368
12.4.1 Forme differenziali esatte e chiuse	371
12.4.2 Insiemi semplicemente connessi	377
12.5 Normale, curvatura, binormale, torsione	380
<b>Capitolo 13 Funzioni implicite ed estremi vincolati</b>	<b>383</b>
13.1 Sistemi lineari e non lineari	384
13.1.1 Introduzione	384
13.1.2 $m = n$ : il teorema di inversione locale	386
13.1.3 $m < n$ : il teorema delle funzioni implicite	387
13.1.4 $m = 1, n = 2$ : curve di livello	388
13.1.5 $m = 1, n = 3$ : l'equazione $f(x, y, z) = c$	392
13.1.6 $m = 2, n = 3$ : 2 equazioni in 3 incognite	394
13.2 Estremi vincolati di funzioni di due variabili	396
13.2.1 Nozione di estremo vincolato	396
13.2.2 Estremi vincolati: metodo diretto	396
13.2.3 Punti critici vincolati: metodo dei moltiplicatori di Lagrange	398
13.3 Estremi di funzioni di due variabili	401
13.3.1 Estremi assoluti di funzioni continue su un compatto	401
13.3.2 Estremi relativi su insiemi chiusi con interno non vuoto	403
13.4 Estremi vincolati di funzioni di tre variabili	406
13.5 Il caso di funzioni di tre variabili con due vincoli	408
13.6 Estremi vincolati di funzioni di $n$ variabili: il caso di $m$ vincoli ( $m < n$ )	410
<b>Capitolo 14 Integrali multipli</b>	<b>412</b>
14.1 Integrali doppi su rettangoli	414
14.2 Integrali doppi: il caso generale	418
14.2.1 Domini semplici e formule di riduzione	420
14.3 Cambiamento delle variabili di integrazione per gli integrali doppi	426
14.3.1 Coordinate polari	428
14.3.2 Altri cambiamenti di variabili	432
14.4 Integrali doppi impropri	435
14.4.1 Misura di insiemi non limitati	435
14.4.2 Integrabilità in senso improprio: funzioni non negative	436
14.4.3 Integrabilità in senso improprio: il caso generale	439
14.5 Integrali triple	440
14.5.1 Formule di riduzione	442

<b>14.5.2</b> Cambiamento di variabili. Coordinate cilindriche e sferiche	446
<b>Capitolo 15 Superfici e integrali di superficie</b>	<b>452</b>
<b>15.1</b> Superfici in $\mathbb{R}^3$	453
<b>15.2</b> Integrali di superficie	458
<b>15.3</b> Superfici elementari orientabili	461
<b>15.4</b> Orientazione del bordo di superfici elementari	463
<b>15.5</b> Superfici composte	465
<b>Capitolo 16 I teoremi della divergenza e del rotore</b>	<b>468</b>
<b>16.1</b> Divergenza e rotore	469
<b>16.2</b> Il teorema della divergenza nel piano	471
<b>16.3</b> Il teorema della divergenza nello spazio	476
<b>16.4</b> Il teorema del rotore	480
<b>PARTE VI Equazioni differenziali</b>	
<b>Capitolo 17 Equazioni differenziali ordinarie</b>	<b>482</b>
<b>17.1</b> Equazioni lineari del primo ordine	485
<b>17.2</b> Equazioni e sistemi in forma normale	490
<b>17.2.1</b> Equazioni del primo ordine a variabili separabili	490
<b>17.2.2</b> Risultati di esistenza e unicità per il problema di Cauchy	492
<b>17.2.3</b> Sistemi di equazioni del primo ordine ed equazioni di ordine $n$	496
<b>17.3</b> Equazioni lineari del secondo ordine	498
<b>17.3.1</b> Equazioni omogenee a coefficienti costanti	500
<b>17.3.2</b> Equazioni non omogenee a coefficienti costanti	502
<b>17.4</b> Equazioni lineari di ordine $n$	506
<b>17.5</b> Cenno ad alcune altre equazioni e metodi risolutivi	508
<b>17.5.1</b> Riduzioni dell'ordine, equazioni di Legendre	508
<b>17.5.2</b> Cambiamenti di variabile, equazioni di Eulero	509
<b>17.5.3</b> Equazioni autonome del secondo ordine	510
<b>17.5.4</b> Metodo di Frobenius, equazioni di Bessel	511
<b>17.6</b> Sistemi di equazioni lineari del primo ordine	514
<b>17.6.1</b> Sistemi di equazioni lineari omogenee del primo ordine a coefficienti costanti	516
<b>17.7</b> Cenno al concetto di stabilità	519
<b>PARTE V Funzioni olomorfe e trasformate</b>	
<b>Capitolo 18 Funzioni olomorfe</b>	<b>525</b>
<b>18.1</b> Derivata complessa; funzione olomorfa	526
<b>18.2</b> Significato geometrico della derivata complessa	531
<b>18.3</b> Integrali curvilinei di funzioni complesse	533
<b>18.4</b> Teorema e formula integrale di Cauchy	536
<b>18.5</b> Derivate di ordine superiore di funzioni olomorfe	540
<b>18.6</b> Funzioni primitive	541
<b>18.7</b> Serie di potenze e funzioni olomorfe	542
<b>18.7.1</b> Serie di potenze complesse	542
<b>18.7.2</b> Sviluppabilità in serie di potenze di funzioni olomorfe	544
<b>18.8</b> Singolarità isolate: le serie di Laurent	545
<b>18.9</b> Singolarità isolate: il teorema dei residui	548

<b>Capitolo 19 Trasformata di Laplace</b>	<b>555</b>
<b>19.1</b> Definizione di trasformata di Laplace (unilatera)	557
<b>19.2</b> Trasformata inversa	558
<b>19.3</b> Prime proprietà; trasformate di funzioni elementari	562
<b>19.4</b> Applicazioni	566
<b>19.4.1</b> Equazioni differenziali ordinarie lineari	566
<b>19.4.2</b> Serie di Laurent e trasformata di Laplace	570
<b>19.4.3</b> Prodotto di convoluzione; equazioni integro-differenziali	571
<b>19.4.4</b> Delta di Dirac; fenomeni impulsivi	573
<b>19.5</b> La trasformata bilatera	576
<b>Capitolo 20 Serie e trasformata di Fourier</b>	<b>579</b>
<b>20.1</b> Serie di Fourier	581
<b>20.2</b> Un'applicazione delle serie di Fourier	587
<b>20.3</b> Trasformata di Fourier	593
<b>20.3.1</b> Introduzione e definizione	593
<b>20.3.2</b> Proprietà elementari della trasformata di Fourier	596
<b>20.4</b> Trasformata di Fourier e serie di Fourier	597
<b>20.5</b> Teorema di campionamento	598
<b>20.5.1</b> Delta di Dirac e altre funzioni singolari	600
<b>Crediti</b>	<b>603</b>
<b>Indice analitico</b>	<b>605</b>

[www.ateneonline.it/bertsch2e](http://www.ateneonline.it/bertsch2e)



**Appendice** Elementi di algebra lineare