

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

2<sup>a</sup> Sessione, appello unico, 01 luglio 2019

**LEGENDA.** Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico forzato (senza attrito):

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + A \cos(\Omega t) . \quad (\Omega \neq \omega)$$

### Senza riportare i calcoli

- (a) si scriva la soluzione generale dell'equazione;
- (b) si scriva la soluzione corrispondente al dato iniziale  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ .
- [7] 2. Un'asta rigida  $OC$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  è appoggiata sul piano orizzontale nei punti  $A$  e  $B$  di ascisse  $x_A = L/4$ ,  $x_B = 3L/4$  (le ascisse di  $O$  e  $C$  sono 0 e  $L$ , rispettivamente). Un carico  $q > 0$  agisce nell'estremo  $C$  dell'asta, oltre alla gravità.
- (a) Fare un disegno del sistema.
- (b) Facendo uso del teorema sul centro di pressione, determinare il carico massimo che può essere esercitato in  $C$  affinché l'asta sia in equilibrio.

[12]

3. Discutere il problema dei due corpi. In particolare:
  - (a) Mostrare la separazione tra moto relativo e moto del centro di massa.
  - (b) Discutere il moto relativo e mostrare la riduzione allo studio del moto radiale facendo uso delle opportune leggi di conservazione.
  - (c) Illustrare l'analisi qualitativa del moto radiale.

[13]

4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di uguale massa  $m$ , che si muovono lungo l'asse  $x$ . Tre molle ideali di costante  $k$  connettono un punto all'origine, i due punti tra loro, e l'altro punto ad un punto fissato a destra dell'origine a distanza  $L(t)$ , essendo  $L(t) = L_0 + B \sin(\Omega t)$ .
  - (a) Scrivere le equazioni di Newton del sistema e trovarne la soluzione di equilibrio  $x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)}$  corrispondente al caso  $B = 0$ .
  - (b) Effettuare la traslazione  $x_i(t) = x_i^{(eq)} + \xi_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ , e scrivere le equazioni di Newton soddisfatte dalle variabili  $\xi_i$  nel caso  $B \neq 0$ .
  - (c) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
  - (d) Decomporre la sollecitazione esterna nella base degli autovettori e scrivere le equazioni dei modi normali (forzati).
  - (e) Discutere cosa avviene quando la frequenza  $\Omega$  si avvicina a una delle due frequenze proprie del sistema.