

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

2^a Sessione, appello unico, 01 luglio 2019

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico forzato (senza attrito):

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + A \cos(\Omega t) . \quad (\Omega \neq \omega)$$

Senza riportare i calcoli

- (a) si scriva la soluzione generale dell'equazione;
- (b) si scriva la soluzione corrispondente al dato iniziale $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$.
- [7] 2. Un'asta rigida OC di massa M e lunghezza L è appoggiata sul piano orizzontale nei punti A e B di ascisse $x_A = L/4$, $x_B = 3L/4$ (le ascisse di O e C sono 0 e L , rispettivamente). Un carico $q > 0$ agisce nell'estremo C dell'asta, oltre alla gravità.
- (a) Fare un disegno del sistema.
- (b) Facendo uso del teorema sul centro di pressione, determinare il carico massimo che può essere esercitato in C affinché l'asta sia in equilibrio.

[12]

3. Discutere il problema dei due corpi. In particolare:
 - (a) Mostrare la separazione tra moto relativo e moto del centro di massa.
 - (b) Discutere il moto relativo e mostrare la riduzione allo studio del moto radiale facendo uso delle opportune leggi di conservazione.
 - (c) Illustrare l'analisi qualitativa del moto radiale.

[13]

4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m , che si muovono lungo l'asse x . Tre molle ideali di costante k connettono un punto all'origine, i due punti tra loro, e l'altro punto ad un punto fissato a destra dell'origine a distanza $L(t)$, essendo $L(t) = L_0 + B \sin(\Omega t)$.
 - (a) Scrivere le equazioni di Newton del sistema e trovarne la soluzione di equilibrio $x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)}$ corrispondente al caso $B = 0$.
 - (b) Effettuare la traslazione $x_i(t) = x_i^{(eq)} + \xi_i(t)$, $i = 1, 2$, e scrivere le equazioni di Newton soddisfatte dalle variabili ξ_i nel caso $B \neq 0$.
 - (c) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
 - (d) Decomporre la sollecitazione esterna nella base degli autovettori e scrivere le equazioni dei modi normali (forzati).
 - (e) Discutere cosa avviene quando la frequenza Ω si avvicina a una delle due frequenze proprie del sistema.