

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

3^a Sessione, appello unico, 01 settembre 2017

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico tridimensionale:

$$m\ddot{\vec{x}} = -k\vec{x}.$$

Senza riportare i calcoli, si scriva la soluzione dell'equazione corrispondente ai dati iniziali $\vec{x}(0)$ e $\vec{v}(0)$.

- [7] 2. Un'asta rigida OC di massa M e lunghezza L è appoggiata sull'asse x , orizzontale, nei punti A e B tali che $0 < x_A < L/2 < x_B < L$. Oltre alla gravità, un carico $q > 0$ agisce nell'estremo C dell'asta.
- (a) Determinare le reazioni di appoggio in A e in B ;
 - (b) determinare il valore massimo del carico q per il quale l'asta è in equilibrio.

- [12] 3. Esporre la teoria generale del problema dei due corpi (per una forza centrale qualsiasi).

[13]

4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m vincolati a muoversi lungo l'asse x . Tre molle ideali di uguale costante k connettono P_1 all'origine O dell'asse, P_1 a P_2 e P_2 a un punto di fissaggio Q di ascissa L (la sequenza da sinistra verso destra è O -molla- P_1 -molla- P_2 -molla- Q). Sul sistema NON agisce la gravità.
- (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
 - (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$.
 - (c) Eseguire la traslazione $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$, $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$ e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili ξ_1, ξ_2 .
 - (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
 - (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali x_1, x_2 .
 - (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).
 - (g) Determinare le reazioni vincolari ϕ_O e ϕ_Q nei punti di fissaggio O e Q quando il sistema è in equilibrio.