

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

3<sup>a</sup> Sessione, appello unico, 01 settembre 2017

**LEGENDA.** Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico tridimensionale:

$$m\ddot{\vec{x}} = -k\vec{x} .$$

**Senza riportare i calcoli**, si scriva la soluzione dell'equazione corrispondente ai dati iniziali  $\vec{x}(0)$  e  $\vec{v}(0)$ .

- [7] 2. Un'asta rigida  $OC$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  è appoggiata sull'asse  $x$ , orizzontale, nei punti  $A$  e  $B$  tali che  $0 < x_A < L/2 < x_B < L$ . Oltre alla gravità, un carico  $q > 0$  agisce nell'estremo  $C$  dell'asta.
- (a) Determinare le reazioni di appoggio in  $A$  e in  $B$ ;
  - (b) determinare il valore massimo del carico  $q$  per il quale l'asta è in equilibrio.

- [12] 3. Esporre la teoria generale del problema dei due corpi (per una forza centrale qualsiasi).

[13]

4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di uguale massa  $m$  vincolati a muoversi lungo l'asse  $x$ . Tre molle ideali di uguale costante  $k$  connettono  $P_1$  all'origine  $O$  dell'asse,  $P_1$  a  $P_2$  e  $P_2$  a un punto di fissaggio  $Q$  di ascissa  $L$  (la sequenza da sinistra verso destra è  $O$ -molla- $P_1$ -molla- $P_2$ -molla- $Q$ ). Sul sistema NON agisce la gravità.
- (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
  - (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali  $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$ .
  - (c) Eseguire la traslazione  $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$ ,  $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$  e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili  $\xi_1, \xi_2$ .
  - (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
  - (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali  $x_1, x_2$ .
  - (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).
  - (g) Determinare le reazioni vincolari  $\phi_O$  e  $\phi_Q$  nei punti di fissaggio  $O$  e  $Q$  quando il sistema è in equilibrio.