

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

3^a Sessione, appello unico, 02 settembre 2019

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione differenziale

$$\ddot{x} = \ddot{x} + 4x .$$

Senza riportare i calcoli, se ne scriva la soluzione generale (si tenga presente che $\lambda = 2$ è radice del polinomio caratteristico dell'equazione).

- [7] 2. In un piano verticale, un'asta rigida AB di lunghezza L e massa M è poggiata a terra (asse x) in A e alla parete (asse y) in B . L'appoggio in B è privo di attrito, mentre in A si ha attrito statico di coefficiente f_s . Sia $\alpha (< \pi/2)$ l'angolo di inclinazione dell'asta rispetto a terra. Sul sistema agisce la gravità.
- (a) Determinare le reazioni vincolari in A e in B .
 - (b) Determinare il valore minimo dell'angolo di inclinazione affinché l'asta sia in equilibrio.

- [13]
3. Dedurre le equazioni di Lagrange per un punto materiale vincolato a muoversi su una superficie sotto l'ipotesi di vincolo ideale. Inoltre:
 - (a) Dedurre la forma delle equazioni di Lagrange nel caso in cui sul punto agiscono solo forze conservative.
 - (b) Nel caso conservativo di cui sopra, mostrare quali sono le leggi di conservazione corrispondenti al caso di una coordinata ignorabile (o ciclica) e al caso in cui la lagrangiana non dipende esplicitamente dal tempo.
- [12]
4. Un punto materiale P di massa m è connesso ad un punto Q da una molla ideale di costante k e si muove lungo la verticale per Q , sotto l'azione della gravità e in assenza di attrito. Il punto Q si muove di moto assegnato: se l'asse verticale diretto verso il basso è l'asse x , allora $x_Q = A \cos(\Omega t)$.
 - (a) Fare un disegno del sistema e scrivere l'equazione di Newton soddisfatta dalla ascissa x_P del punto P .
 - (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione di cui sopra, determinando $x_P(t)$, sotto l'ipotesi $\Omega \neq \omega$, essendo $\omega = \sqrt{k/m}$.
 - (c) Discutere il caso in cui Ω è prossima a ω e il caso limite $\Omega \rightarrow \omega$.
 - (d) Determinare la reazione vincolare sul punto Q assumendo che quest'ultimo abbia massa M .