

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

2^a Sessione, appello unico, 04 luglio 2017

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico libero e smorzato:

$$\ddot{x} = -\omega^2 x - 2\mu\dot{x} .$$

Senza riportare i calcoli, si scriva la soluzione generale dell'equazione nei casi

- (a) sopra-smorzato: $\mu > \omega$;
- (b) critico: $\mu = \omega$;
- (c) sotto-smorzato: $\mu < \omega$.

- [7] 2. Si consideri un punto materiale vincolato a muoversi sul piano (x, y) e connesso all'origine O di tale piano tramite una molla ideale di costante k . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come $-\hat{z}$ (ortogonalmente al piano, verso il basso).

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico $f_s > 0$, descrivendo la forma geometrica dell'insieme da esse costituito.

[12] 3. Enunciare e dimostrare il teorema sul centro di pressione dei solidi in appoggio ideale, definendo opportunamente tutte le quantità coinvolte.

[13] 4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m vincolati a muoversi lungo l'asse x , verticale, orientato verso il basso. Il punto P_1 è connesso tramite una molla ideale di costante k all'origine O dell'asse, mentre il punto P_2 è connesso a P_1 tramite una molla identica alla precedente (la sequenza dall'alto verso il basso è O -molla- P_1 -molla- P_2). Sul sistema agisce la gravità (nel verso dell'asse x).

- (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
- (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$.
- (c) Eseguire la traslazione $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$, $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$ e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili ξ_1, ξ_2 .
- (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
- (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali x_1, x_2 .
- (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).