

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

3<sup>a</sup> Sessione, appello unico, 05 settembre 2018

**LEGENDA.** Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione della caduta dei gravi in presenza di attrito del mezzo:

$$m\ddot{z} = -mg - \gamma\dot{z} .$$

**Senza riportare i calcoli**

- (a) si scriva la soluzione generale dell'equazione;
- (b) si scriva la soluzione corrispondente al dato iniziale  $z(0) = h$ ,  $\dot{z}(0) = 0$ .

- [7] 2. Si consideri un punto materiale vincolato a muoversi sul piano  $(x, y)$  e connesso all'origine  $O$  di tale piano tramite una molla ideale di costante  $k$ . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come  $-\hat{z}$  (ortogonalmente al piano, verso il basso).

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico  $f_s > 0$ , descrivendo la forma geometrica dell'insieme da esse costituito.

- [12] 3. Enunciare e dimostrare il teorema sul centro di pressione dei solidi in appoggio ideale, definendo opportunamente tutte le quantità coinvolte.
- [13] 4. Si consideri il sistema costituito da tre punti materiali  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  di uguale massa  $m$ , vincolati a muoversi lungo l'asse  $x$ . I punti  $P_1$  e  $P_2$  sono connessi da una molla ideale di costante  $k$ , e lo stesso vale per i punti  $P_2$  e  $P_3$ . Inoltre, una molla ideale di costante  $k$  connette  $P_1$  all'origine  $O$  del piano e una molla identica connette  $P_3$  al punto di ascissa  $x = L$ . Sul sistema **NON** agisce la gravità.
- Scrivere le equazioni di Newton del sistema e trovarne la soluzione di equilibrio  $x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)}, x_3^{(eq)}$ .
  - Effettuare la traslazione  $x_i(t) = x_i^{(eq)} + \xi_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , e scrivere le equazioni di Newton soddisfatte dalle variabili  $\xi_i$ .
  - Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
  - Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nella variabili originali  $x_i(t)$ .
  - Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).