

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

3^a Sessione, appello unico, 05 settembre 2018

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione della caduta dei gravi in presenza di attrito del mezzo:

$$m\ddot{z} = -mg - \gamma\dot{z} .$$

Senza riportare i calcoli

- (a) si scriva la soluzione generale dell'equazione;
- (b) si scriva la soluzione corrispondente al dato iniziale $z(0) = h$, $\dot{z}(0) = 0$.

- [7] 2. Si consideri un punto materiale vincolato a muoversi sul piano (x, y) e connesso all'origine O di tale piano tramite una molla ideale di costante k . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come $-\hat{z}$ (ortogonalmente al piano, verso il basso).

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico $f_s > 0$, descrivendo la forma geometrica dell'insieme da esse costituito.

- [12] 3. Enunciare e dimostrare il teorema sul centro di pressione dei solidi in appoggio ideale, definendo opportunamente tutte le quantità coinvolte.
- [13] 4. Si consideri il sistema costituito da tre punti materiali P_1 , P_2 e P_3 di uguale massa m , vincolati a muoversi lungo l'asse x . I punti P_1 e P_2 sono connessi da una molla ideale di costante k , e lo stesso vale per i punti P_2 e P_3 . Inoltre, una molla ideale di costante k connette P_1 all'origine O del piano e una molla identica connette P_3 al punto di ascissa $x = L$. Sul sistema **NON** agisce la gravità.
- Scrivere le equazioni di Newton del sistema e trovarne la soluzione di equilibrio $x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)}, x_3^{(eq)}$.
 - Effettuare la traslazione $x_i(t) = x_i^{(eq)} + \xi_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, e scrivere le equazioni di Newton soddisfatte dalle variabili ξ_i .
 - Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
 - Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nella variabili originali $x_i(t)$.
 - Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).