

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1<sup>a</sup> Sessione, 2<sup>o</sup> appello, 13 febbraio 2016

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [4] 1. Dato un oscillatore armonico forzato di equazione

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + A \cos \Omega t ,$$

scrivere, senza riportare i calcoli,

- (a) la soluzione generale dell'equazione;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy corrispondente ai dati iniziali  $x(0) = 0$  e  $\dot{x}(0) = 0$ ;
- (c) il limite della soluzione ottenuta al punto precedente per  $\Omega \rightarrow \omega$ .

- [9] 2. Una sfera rigida di raggio  $R$  e massa  $M$  è poggiata contro un gradino di altezza  $h < R$ . Siano  $C$  il punto di appoggio della sfera sul pavimento e  $A$  il punto di appoggio della sfera sullo spigolo del gradino (gli appoggi sono ideali). La sfera è spinta contro il gradino con una forza orizzontale  $\vec{F}$  applicata ad altezza  $R$  rispetto al punto  $C$ . Sul sistema agisce la gravità.

- (a) Determinare le reazioni vincolari in  $C$  e in  $A$ .
- (b) Determinare il valore minimo di  $|\vec{F}|$  necessario a far staccare la sfera da terra facendo perno in  $A$ .

- [12] 3. Enunciare e dimostrare la proposizione sull'apertura di continui di equilibrio per effetto dell'attrito statico (nel caso di punto materiale vincolato su curva piana).

[10] Si consideri un punto materiale di massa  $m$  vincolato a muoversi (senza attrito) lungo un asse diametrale di una pedana che ruota intorno al proprio asse verticale in senso antiorario, con velocità angolare costante  $\Omega$ . Il punto è connesso al centro della pedana da una molla ideale di costante  $k$ . Sia  $\omega \equiv \sqrt{k/m}$ .

- (a) Scrivere la lagrangiana del sistema
- (b) Scrivere la corrispondente equazione di Lagrange
- (c) Risolvere esplicitamente l'equazione di Lagrange nei tre casi  $\Omega < \omega$ ,  $\Omega = \omega$  e  $\Omega > \omega$
- (d) Spiegare la natura del termine di forza contenente  $\Omega$