

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 2^o appello, 13 febbraio 2016

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [4] 1. Dato un oscillatore armonico forzato di equazione

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + A \cos \Omega t ,$$

scrivere, senza riportare i calcoli,

- (a) la soluzione generale dell'equazione;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy corrispondente ai dati iniziali $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 0$;
- (c) il limite della soluzione ottenuta al punto precedente per $\Omega \rightarrow \omega$.

- [9] 2. Una sfera rigida di raggio R e massa M è poggiata contro un gradino di altezza $h < R$. Siano C il punto di appoggio della sfera sul pavimento e A il punto di appoggio della sfera sullo spigolo del gradino (gli appoggi sono ideali). La sfera è spinta contro il gradino con una forza orizzontale \vec{F} applicata ad altezza R rispetto al punto C . Sul sistema agisce la gravità.

- (a) Determinare le reazioni vincolari in C e in A .
- (b) Determinare il valore minimo di $|\vec{F}|$ necessario a far staccare la sfera da terra facendo perno in A .

- [12] 3. Enunciare e dimostrare la proposizione sull'apertura di continui di equilibrio per effetto dell'attrito statico (nel caso di punto materiale vincolato su curva piana).

[10] Si consideri un punto materiale di massa m vincolato a muoversi (senza attrito) lungo un asse diametrale di una pedana che ruota intorno al proprio asse verticale in senso antiorario, con velocità angolare costante Ω . Il punto è connesso al centro della pedana da una molla ideale di costante k . Sia $\omega \equiv \sqrt{k/m}$.

- (a) Scrivere la lagrangiana del sistema
- (b) Scrivere la corrispondente equazione di Lagrange
- (c) Risolvere esplicitamente l'equazione di Lagrange nei tre casi $\Omega < \omega$, $\Omega = \omega$ e $\Omega > \omega$
- (d) Spiegare la natura del termine di forza contenente Ω