MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 2^o appello, 14 febbraio 2017

LEGENDA. **Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.**

[3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico forzato

$$\ddot{x} = -\omega^2 x + A\cos(\Omega t) \ .$$

Senza riportare i calcoli, si scrivano

(a) la soluzione generale dell'equazione;

(b) la soluzione corrispondente ai dati iniziali $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 0$;

(c) il limite della soluzione di cui al punto precedente per $\Omega \to \omega$.

[7] 2. In un piano verticale x, y, un'asta rigida AB di lunghezza L e massa M appoggia in A sull'asse x e in B sull'asse y. L'appoggio in B è privo di attrito (ideale), mentre in A si ha attrito statico di coefficiente f_s. Sia $\alpha(< \pi/2)$ l'angolo di inclinazione dell'asta rispetto all'asse x. L'asta è soggetta alla propria forza peso (diretta come $-\hat{y}$).

(a) Determinare le reazioni vincolari in A e in B;

(b) determinare il valore minimo dell'angolo di inclinazione α affinché l'asta sia in equilibrio.

[10] 3. Enunciare e dimostrare la proposizione sull'apertura di intervalli di equilibrio non ideale in presenza di piccolo attrito statico, nel caso di un punto materiale vincolato su una curva piana.

[15] 4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m, che si muovono lungo l'asse x. Tre molle ideali di costante k connettono il punto P_1 all'origine, i punti P_1 e P_2 tra loro, e il punto P_2 ad un punto di ancoraggio mobile, a destra dell'origine, di ascissa $L(t) = L_0 + B\cos(\Omega t)$.

(a) Scrivere la componente x delle equazioni di Newton del sistema.

(b) Determinare la configurazione di equilibrio $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$ del sistema nel caso $B = 0$, cioè nel caso in cui il punto di ancoraggio a destra sia fisso con ascissa L_0.

(c) Tornando (qui e nel seguito) al caso $B \neq 0$, effettuare la traslazione $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$, $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$ e scrivere le equazioni del moto dei due punti nelle variabili (ξ_1, ξ_2).

(d) Scrivere le equazioni del moto di cui al punto precedente in forma di sistema vettoriale lineare del secondo ordine: $\ddot{\vec{\xi}} = -A\vec{\xi} + \vec{\epsilon}(t)$, specificando la matrice A e il vettore di sollecitazione esterna $\vec{\epsilon}(t)$.

(e) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.

(f) Scrivere le due equazioni dei modi normali di oscillazione del sistema e determinarne la soluzione generale.

(g) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto di cui al punto (a), ovvero $x_1(t)$ e $x_2(t)$, esplicitamente.