

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1<sup>a</sup> Sessione, 2<sup>o</sup> appello, 14 febbraio 2018

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione

$$m\ddot{z} = -\gamma\dot{z} - mg ,$$

che descrive il moto (lungo l'asse  $z$  verticale, orientato verso l'alto) di un punto materiale di massa  $m$  soggetto al proprio peso e a una forza di attrito viscoso di coefficiente  $\gamma$ . Senza riportare i calcoli, si scrivano

- (a) la soluzione generale dell'equazione;
- (b) la soluzione corrispondente ai dati iniziali  $z(0) = h$ ,  $\dot{z}(0) = 0$ .

- [7] 2. Nel piano cartesiano  $(x, y)$ , si consideri un punto materiale di massa  $m$  vincolato a muoversi lungo l'asse  $x$ . Il punto è connesso tramite una molla ideale di costante  $k_1$  al punto di coordinate  $(0, a)$  e tramite una molla ideale di costante  $k_2$  al punto di coordinate  $(b, c)$ . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come  $-\hat{y}$ .

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico  $f_s > 0$ .

[14]

3. Discutere il problema dei due corpi secondo il seguente schema.
  - (a) Illustrare la separazione tra moto del baricentro e moto relativo, mostrando in particolare che quest'ultimo si svolge su un piano.
  - (b) Scrivere l'equazione di Newton del moto relativo in coordinate polari piane, ricavare l'equazione del moto radiale eliminando l'angolo.
  - (c) Scrivere la legge di conservazione dell'energia del moto radiale e discutere, in generale o con un esempio, lo studio qualitativo della dinamica radiale tramite diagramma di fase.

[11]

4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di uguale massa  $m$  vincolati a muoversi lungo l'asse  $x$ , verticale, orientato verso il basso. Il punto  $P_1$  è connesso tramite una molla ideale di costante  $k$  all'origine  $O$  dell'asse, mentre il punto  $P_2$  è connesso a  $P_1$  tramite una molla identica alla precedente (la sequenza dall'alto verso il basso è  $O$ -molla- $P_1$ -molla- $P_2$ ). Sul sistema agisce la gravità (nel verso dell'asse  $x$ ).
  - (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
  - (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali  $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$ .
  - (c) Eseguire la traslazione  $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$ ,  $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$  e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili  $\xi_1, \xi_2$ .
  - (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
  - (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali  $x_1, x_2$ .
  - (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).