

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 1^o appello, 30 gennaio 2016

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [4] 1. Dato un oscillatore armonico forzato di equazione

$$m\ddot{x} = -kx + mA \cos \Omega t ,$$

scrivere, senza riportare i calcoli,

- (a) la soluzione generale dell'equazione;
- (b) la soluzione del problema di Cauchy corrispondente ai dati iniziali $x(0) \equiv x_0$ e $\dot{x}(0) \equiv v_0$;
- (c) l'espressione dell'energia conservata nel caso particolare di forzante nulla (cioè per $A = 0$).

- [6] 2. Un'asta rigida OC di massa M e lunghezza L è appoggiata sul piano orizzontale nei punti A e B , tali che $0 < x_A < L/2 < x_B < L$. Un carico $q > 0$ agisce nell'estremo C dell'asta, oltre alla gravità.

Determinare il valore minimo del carico q per il quale si ha perdita di equilibrio, motivando adeguatamente la risposta.

- [12] 3. Enunciare e dimostrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali, definendo tutte le quantità coinvolte.
- [13] 4. Un anello di raggio R ruota attorno ad un suo asse diametrale disposto lungo la verticale, con velocità angolare costante Ω . Un punto materiale di massa m è vincolato a muoversi senza attrito sull'anello, soggetto alla propria forza peso. Considerare come coordinata libera l'angolo di co-latitudine θ staccato a partire dalla posizione di quota minima del punto materiale.
- (a) Scrivere la lagrangiana del sistema e la corrispondente equazione di Lagrange.
 - (b) Determinare tutte le posizioni di equilibrio relativo del punto materiale sull'anello, specificando le condizioni per la loro esistenza.
 - (c) Determinare la stabilità di ognuna delle posizioni di equilibrio linearizzando l'equazione del moto attorno ad esse.
 - (d) Discutere la stabilità delle posizioni di equilibrio facendo uso del teorema di Lagrange-Dirichlet.