

# MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1<sup>a</sup> Sessione, 1<sup>o</sup> appello, 30 gennaio 2019

**LEGENDA.** Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico libero e smorzato:

$$\ddot{x} = -\omega^2 x - 2\mu\dot{x} .$$

Senza riportare i calcoli, si scriva la soluzione generale dell'equazione nei casi

- (a) sovra-smorzato:  $\mu > \omega$ ;
- (b) critico:  $\mu = \omega$ ;
- (c) sotto-smorzato:  $\mu < \omega$ .

- [7] 2. Nel piano cartesiano  $(x, y)$ , si consideri un punto materiale di massa  $m$  vincolato a muoversi lungo l'asse  $x$ . Il punto è connesso tramite una molla ideale di costante  $k_1$  al punto di coordinate  $(0, a)$  e tramite una molla ideale di costante  $k_2$  al punto di coordinate  $(b, c)$ . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come  $-\hat{y}$ .

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico  $f_s > 0$ .

- [12]
3. (a) Enunciare e dimostrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.
  - (b) Ricavare di conseguenza le due equazioni cardinali della statica.
- [13]
4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di uguale massa  $m$  vincolati a muoversi lungo l'asse  $x$ . Tre molle ideali di uguale costante  $k$  connettono  $P_1$  all'origine  $O$  dell'asse,  $P_1$  a  $P_2$  e  $P_2$  a un punto di fissaggio  $Q$  di ascissa  $L$  (la sequenza da sinistra verso destra è  $O$ -molla- $P_1$ -molla- $P_2$ -molla- $Q$ ). Sul sistema NON agisce la gravità.
    - (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
    - (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali  $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$ .
    - (c) Eseguire la traslazione  $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$ ,  $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$  e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili  $\xi_1, \xi_2$ .
    - (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
    - (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali  $x_1, x_2$ .
    - (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).
    - (g) Determinare le reazioni vincolari  $\phi_O$  e  $\phi_Q$  nei punti di fissaggio  $O$  e  $Q$  quando il sistema è in equilibrio.