

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 1^o appello, 30 gennaio 2019

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione dell'oscillatore armonico libero e smorzato:

$$\ddot{x} = -\omega^2 x - 2\mu\dot{x} .$$

Senza riportare i calcoli, si scriva la soluzione generale dell'equazione nei casi

- (a) sovra-smorzato: $\mu > \omega$;
- (b) critico: $\mu = \omega$;
- (c) sotto-smorzato: $\mu < \omega$.

- [7] 2. Nel piano cartesiano (x, y) , si consideri un punto materiale di massa m vincolato a muoversi lungo l'asse x . Il punto è connesso tramite una molla ideale di costante k_1 al punto di coordinate $(0, a)$ e tramite una molla ideale di costante k_2 al punto di coordinate (b, c) . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come $-\hat{y}$.

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico $f_s > 0$.

- [12]
3. (a) Enunciare e dimostrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.
 - (b) Ricavare di conseguenza le due equazioni cardinali della statica.
- [13]
4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m vincolati a muoversi lungo l'asse x . Tre molle ideali di uguale costante k connettono P_1 all'origine O dell'asse, P_1 a P_2 e P_2 a un punto di fissaggio Q di ascissa L (la sequenza da sinistra verso destra è O -molla- P_1 -molla- P_2 -molla- Q). Sul sistema NON agisce la gravità.
 - (a) Fare un disegno e scrivere le equazioni di Newton del sistema.
 - (b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$.
 - (c) Eseguire la traslazione $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$, $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$ e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili ξ_1, ξ_2 .
 - (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
 - (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali x_1, x_2 .
 - (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).
 - (g) Determinare le reazioni vincolari ϕ_O e ϕ_Q nei punti di fissaggio O e Q quando il sistema è in equilibrio.