

MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 1^o appello, 31 gennaio 2017

LEGENDA. Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.

- [3] 1. Si consideri l'equazione del dinamometro ideale

$$m\ddot{x} = -kx + mg ,$$

che descrive il moto (lungo un asse verticale orientato verso il basso) di un punto materiale di massa m attaccato tramite una molla al punto di sospensione O di ascissa nulla, sotto l'azione della gravità. Senza riportare i calcoli, si scrivano

- (a) la soluzione generale dell'equazione;
- (b) la corrispondente reazione vincolare $\phi_O(t)$ nel punto di sospensione (dotato di massa M).

- [8] 2. Nel piano cartesiano (x, y) , si consideri un punto materiale di massa m vincolato a muoversi lungo l'asse x . Il punto è connesso tramite una molla ideale di costante k_1 al punto di coordinate $(0, a)$ e tramite una molla ideale di costante k_2 al punto di coordinate (b, c) . Sul sistema agisce la forza di gravità, diretta come $-\hat{y}$.

- (a) Si determini la posizione di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo ideale.
- (b) Si determinino le posizioni di equilibrio del punto materiale nel caso di vincolo non ideale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico $f_s > 0$.

- [10] 3. (a) Enunciare e dimostrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.
- (b) Ricavare di conseguenza le due equazioni cardinali della statica.
- [14] 4. Si consideri il sistema costituito da tre punti materiali P_1 , P_2 e P_3 di uguale massa m , vincolati a muoversi nel piano x, y lungo le rette di equazione $x = L/4$, $x = L/2$ e $x = 3L/4$, rispettivamente. I punti P_1 e P_2 sono connessi da una molla ideale di costante k , e lo stesso vale per i punti P_2 e P_3 . Inoltre, una molla ideale di costante k connette P_1 all'origine O del piano e una molla identica connette P_3 al punto di coordinate $(L, 0)$. Sul sistema **NON** agisce la gravità.
- (a) Scrivere la componente x delle equazioni di Newton del sistema e spiegare perché non c'è moto lungo x .
- (b) Scrivere la componente y delle equazioni di Newton del sistema.
- (c) Scrivere le equazioni di cui al punto precedente in forma di sistema vettoriale lineare del secondo ordine: $\ddot{\vec{Y}} = -A\vec{Y}$.
- (d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.
- (e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema.
- (f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).