MECCANICA RAZIONALE

Corso di Laurea in Ingegneria Civile

1^a Sessione, 1^o appello, 31 gennaio 2018

LEGENDA. **Il numero che compare a sinistra di ogni domanda è il punteggio massimo assegnato alla risposta completa e corretta. Tutte le risposte devono essere adeguatamente motivate e devono essere riportate sulla cartella intestata a sei facciate. Si deve consegnare solo una cartella a sei facciate contenente il presente testo, anche nel caso in cui ci si ritiri, senza fogli di brutta copia. La soglia per la sufficienza è 18/30. Tempo a disposizione: 120 minuti.**

[3] 1. Si consideri l'equazione del dinamometro ideale

$$m\ddot{x} = -kx + mg \ ,$$

che descrive il moto (lungo un asse verticale orientato verso il basso) di un punto materiale di massa m attaccato tramite una molla al punto di sospensione O di ascissa nulla, sotto l'azione della gravità. **Senza riportare i calcoli**, si scrivano

(a) la soluzione dell'equazione corrispondente ai dati iniziali $x(0) = mg/k$, $\dot{x}(0) = v_0$;

(b) la corrispondente reazione vincolare $\phi_O(t)$ nel punto di sospensione, supponendo quest'ultimo dotato di massa M.

[9] 2. Una sfera rigida di raggio R e massa M è poggiata contro un gradino di altezza $h < R$. Siano C il punto di appoggio della sfera sul pavimento e A il punto di appoggio della sfera sullo spigolo del gradino (gli appoggi sono ideali). La sfera è spinta contro il gradino con una forza orizzontale $\vec{F}$ applicata ad altezza R rispetto al punto C. Sul sistema agisce la gravità.

(a) Determinare le reazioni vincolari in C e in A.

(b) Determinare il valore minimo di $|\vec{F}|$ necessario a far staccare la sfera da terra facendo perno in A.

[11] 3. (a) Enunciare e dimostrare le due equazioni cardinali della dinamica dei sistemi di punti materiali.

(b) Ricavare di conseguenza le due equazioni cardinali della statica.

[12] 4. Si consideri il sistema costituito da due punti materiali P_1 e P_2 di uguale massa m vincolati a muoversi lungo l'asse x. Tre molle ideali di uguale costante k connettono P_1 all'origine O dell'asse, P_1 a P_2 e P_2 a un punto di fissaggio Q di ascissa L (la sequenza da sinistra verso destra è O-molla-P_1-molla-P_2-molla-Q). Sul sistema NON agisce la gravità.

(a) Fare un disegno e scrivere le le equazioni di Newton del sistema.

(b) Determinare la configurazione di equilibrio dei due punti materiali $(x_1^{(eq)}, x_2^{(eq)})$.

(c) Eseguire la traslazione $x_1(t) = x_1^{(eq)} + \xi_1(t)$, $x_2(t) = x_2^{(eq)} + \xi_2(t)$ e scrivere le equazioni del moto del sistema nelle variabili ξ_1, ξ_2.

(d) Determinare le frequenze proprie di oscillazione del sistema e i relativi autovettori.

(e) Scrivere la soluzione generale delle equazioni del moto del sistema nelle variabili originali x_1, x_2.

(f) Descrivere qualitativamente come appaiono le singole oscillazioni normali del sistema nello spazio fisico (coreografia dei modi normali).

(g) Determinare le reazioni vincolari ϕ_O e ϕ_Q nei punti di fissaggio O e Q quando il sistema è in equilibrio.