

Matematica A

Proff. B. Bianchini, O. Stefani, A. Ponso.

Anno Accademico 786°

Esercizi di Riepilogo n. 1

1. (2001 10 20) Risolvere le seguenti disequazioni:

$$1) x \leq 2\sqrt{4-x^2}; \quad 2) 2x \geq \sqrt{x^2-4}; \quad 3) 2x-1 \leq \sqrt{2-x^2}; \quad 4) x \geq \sqrt{1-x^2}$$

2. (2001 10 20)

(a) Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : x = \frac{1}{2n^2+n}, n \in \mathbb{N}\}$

verificare, applicando la definizione, che $\inf A = 0$.

(b) Analogo con $A = \{x \in \mathbb{R} : x = 2n - n^2, n \in \mathbb{N}\}$ e $\inf A = -\infty$.

(c) Analogo con $A = \{x \in \mathbb{R} : x = 2 - \frac{1}{n^2+2n}, n \in \mathbb{N}\}$ e $\sup A = 2$.

(d) Analogo con $A = \{x \in \mathbb{R} : x = n^2 + n, n \in \mathbb{N}\}$ e $\sup A = +\infty$.

3. (2003 11 08) Dato l'insieme

$$A = \left\{ x = \arcsin \left(\frac{1}{n^2+1} \right) : n = 0, 1, 2, 3, \dots \right\},$$

verificare usando la definizione che $\inf A = 0$ e $\max A = \pi/2$.

4. (2006 11 06) Dato l'insieme

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x = n - \sqrt{n-3}, n \in \mathbb{N}, n \geq 3\},$$

verificare usando la definizione che $\min A = 3$ e $\sup A = +\infty$.

5. Abbozzare il grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow [2, +\infty[$ così definita:

$$f(x) = |x+3| + x + |x-2|.$$

Dire se è iniettiva, suriettiva, biunivoca.

6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione così definita :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{per } x < 0 \\ x^2 & \text{per } x \geq 0. \end{cases}$$

Dire se è una corrispondenza biunivoca. In caso affermativo scrivere la funzione inversa $f^{-1}(x)$ ed abbozzarne il grafico.