

Matematica A

Proff. B. Bianchini, O. Stefani, A. Ponno.

Anno Accademico 786°

Esercizi di Riepilogo n. 3 (complessi 2)

Fra parentesi tonda la data in cui l'esercizio è stato dato ad esami ; fra parentesi quadra numero e pagina del libro di testo di un esercizio 'analogo'.

1. Disegnare nel piano di Gauss l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\sqrt{\frac{1 - |z - 1|}{1 - |z - i|}} < 1 \quad .$$

2. (2002 10 26) [iii,219] Siano $z_0 = 2 + i$ e

$$A = \{z \in \mathbb{C} : (z - z_0)^3 + 64 = 0\} \quad .$$

Trovare A e disegnarlo nel piano di Gauss.

Calcolare $\inf \{\operatorname{Im} z : z \in A\}$.

3. (2002 10 26) [iii,219] Siano $z_0 = 2 - i$ e

$$A = \{z \in \mathbb{C} : (z - z_0)^3 + 27 = 0\} \quad .$$

Trovare A e disegnarlo nel piano di Gauss.

Calcolare $\inf \{\operatorname{Re} z : z \in A\}$.

4. (2003 12 09) [5,213] Determinare le soluzioni dell'equazione

$$|z + i| = ||z| - 1|$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

5. (2003 12 09) [5,213] Determinare le soluzioni dell'equazione

$$|z - 3i| = ||z| - 3|$$

e disegnarle nel piano di Gauss.

6. (2004 09 23) [6,214] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 + 5 = |z - 3i|^2 \quad .$$

7. (2004 09 23) [6,214] Determinare le soluzioni nel piano complesso dell'equazione

$$z^2 - 3 = |z + 1|^2 \quad .$$

8. (2004 11 06) [i,218] Sia data la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = i|z|^2 + 2\bar{z} - 1 \quad .$$

- (a) Trovare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\operatorname{Im} f(z) = 0$ e $\operatorname{Re} f(z) \geq 0$.

Disegnare tale insieme sul piano di Gauss

- (b) Calcolare in forma algebrica le radici quarte di $[f(1/2)]^4$.

9. (2004 11 06) [i,218] Sia data la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = i(2\bar{z} - |z + 2i|^2) + 5 .$$

(a) Trovare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $\operatorname{Im} f(z) = 0$ e $\operatorname{Re} f(z) \geq 0$.
Disegnare tale insieme sul piano di Gauss

(b) Calcolare in forma algebrica le radici quarte di $[f(-5i/2)]^4$.

10. (2004 11 06) [15,214] Determinare il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il sistema di equazioni complesse

$$\begin{cases} \operatorname{Im}(i\bar{z}(z - 8)) = \alpha \\ \operatorname{Re} z = -\operatorname{Im} z . \end{cases}$$

abbia una sola soluzione $z_0 \in \mathbb{C}$. Determinare z_0 e calcolare le radici quadrate di z_0^2 .

11. (2004 11 06) [15,214] Determinare il parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il sistema di equazioni complesse

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z(\bar{z} + 4)) = \alpha \\ \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z . \end{cases}$$

abbia una sola soluzione $z_0 \in \mathbb{C}$. Determinare z_0 e calcolare le radici quadrate di z_0^2 .

12. (2004 12 16) [4,212] Risolvere l'equazione nella variabile $z \in \mathbb{C}$

$$z^2 + 7|z|^2 = 4iz + 42 .$$

13. (2004 12 16) [3,212] l'equazione nella variabile $z \in \mathbb{C}$

$$2iz\bar{z} + iz^2 = 4z + 21i .$$

14. (2005 09 08) [i,219] Data la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = \bar{z} + 25i .$$

calcolare le radici terze di $w = f(-2i)$.

15. (2005 09 08) [ii,219] Data la funzione $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ definita da

$$f(z) = -2i - |z|^2 i$$

calcolare le radici terze di $w = f(3 - 4i)$.

16. (2005 12 12) [13,214] Disegnare nel piano di Gauss il seguente insieme

$$S = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{z+1}{z-i} \right) \leq 0 , \quad |z - 1 - i| \leq 1 \right\} .$$

17. (2005 12 12) [13,214] Disegnare nel piano di Gauss il seguente insieme

$$S = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} \left(\frac{z+i}{z-1} \right) \leq 0 , \quad |z - 1 + i| \leq 1 \right\} .$$