

Matematica A

Proff. B. Bianchini, O. Stefani, A. Ponno.

Anno Accademico 786°

Esercizi di Riepilogo n. 6 (cont. deriv. polinomi)

1. (20.09.2007) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \sin(x - 1) & \text{per } x \leq 1 \\ a \log x + bx^2 + c & \text{per } x > 1 . \end{cases}$$

Trovare a, b, c in modo che $f \in C^1(\mathbb{R})$ e sia inoltre

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 .$$

(*facoltativo*) La funzione f appartiene a $C^2(\mathbb{R})$?

2. (20.09.2007) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(ax) + bx + c & \text{per } x < 0 \\ \log(e + x) & \text{per } x \geq 0 . \end{cases}$$

Trovare a, b, c in modo che $f \in C^1(\mathbb{R})$ e sia inoltre

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 .$$

(*facoltativo*) La funzione f appartiene a $C^2(\mathbb{R})$?

3. (20.09.2007) Sapendo che $\alpha = -i$ è radice del polinomio:

$$P(z) = z^3 + iz^2 + (12i - 5)z - 12 - 5i$$

trovarne le altre radici . Scriverle in forma algebrica, senza approssimazioni.

4. (20.09.2007) Sapendo che $\alpha = -2i$ è radice del polinomio:

$$P(z) = z^3 + 2iz^2 + (4 + 3i)z + 8i - 6$$

trovarne le altre radici . Scriverle in forma algebrica, senza approssimazioni.

5. (20.09.2007) Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x + bx + c & \text{per } x < 0 \\ \cos x + x & \text{per } x \geq 0 . \end{cases}$$

Trovare a, b, c in modo che $f \in C^1(\mathbb{R})$ e sia inoltre

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0 .$$

(*facoltativo*) La funzione f appartiene a $C^2(\mathbb{R})$?

6. Dato il polinomio complesso $P(z) = z^3 + \lambda z^2 + (i - 2)z - 2i$, determinare λ in modo che $z_0 = 1$ sia radice del polinomio. Per tale λ trovarne tutte le altre radici .

7. (12.12.2005) Determinare $\lambda \in \mathbb{C}$ in modo che $z_0 = -2i$ sia radice del polinomio complesso

$$P(z) = z^7 + \lambda z^6 - 8iz^4 + 16z^3 .$$

Per tale λ trovare tutte le radici.

8. (16.12.2004) Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (3b-1)\sinh x - 2(a+1)\cos 3x & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ b(x^2+x) - (a+1)\sin \frac{1}{x} & \text{se } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in $x_0 = 0$.

9. (16.12.2004) Trovare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (2a+3)(x^3-x) + (b+1)(\sin x^2 + \sqrt{-x}) & \text{se } -1 \leq x \leq 0, \\ (a-1)\arctan x + (b+1)\log(2x+1) & \text{se } 0 < x \leq 1, \end{cases}$$

sia derivabile in $x_0 = 0$.

10. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{per } x \in \mathbb{R} \setminus \{\log 3, \log 6\}, \\ \log 3 & \text{per } x = \log 3, \\ 6 & \text{per } x = \log 6, \end{cases}$$

(a) dire per quali x è continua ;

(b) dire per quali x è derivabile e per questi calcolarne la derivata

11. Data la funzione $f(x) = x^2$, si trovino le equazioni delle rette tangenti al grafico di f e passanti per il punto $(1, -3)$.

12. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$e^x - \lambda x = 0$$

ha soluzioni e quante.

13. Dire per quali $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione

$$x^3 - \lambda(x-1) = 0$$

ha soluzioni e quante.

14. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{-x} & \text{per } x < 0, \\ \log x & \text{per } x > 0, \end{cases}$$

(a) dire per quali x è continua ;

(b) dire per quali x è derivabile e per questi calcolarne la derivata;

(c) vista come funzione da $\mathbb{R} \setminus \{-1, 0\}$ in \mathbb{R} , dire se è suriettiva e se è iniettiva.

15. Dimostrare che l'equazione

$$x^3 = 1 - x$$

ha in $[0, 1]$ una ed una sola soluzione.

16. Dimostrare che l'equazione

$$x^2 = \cos x$$

ha due e due sole soluzioni.

17. (08.01.2007) Calcolare in forma algebrica le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $(z^2 + 2iz - 1)^2 = 16$.