

# AMPL Branch and Bound

F. Rinaldi

Dipartimento di Matematica  
Università di Padova

Corso di Laurea Informatica

# Outline

## AMPL Branch and Bound

### Esempi

# Branch and Bound

Elementi del Branch and Bound:

1. **Regole di Branching:** come costruire l'albero delle soluzioni.
2. **Calcolo del Bound:** come valutare i nodi.
3. **Regole di Fathoming:** come chiudere e dichiarare sondati (fathomed) i nodi.
4. **Regole di esplorazione dell'albero:** definire le priorità di visita dei nodi aperti.
5. **Come valutare soluzioni ammissibili** (soluzioni da confrontare con i bound per chiudere nodi).
6. **Criteri di stop:** condizioni di terminazione dell'algoritmo.

# Regole Branching

- ▶ quanti nodi figli generare: ad esempio, branching binario (2 figli per nodo) o t-ario (t figli per nodo);
- ▶ come effettuare il branching: porre limiti a variazione di variabili decisionali.

# Regole Fathoming

- ▶ **N.M.** Assenza di soluzione migliorante: valutazione ottimistica NON MIGLIORE di una soluzione ammissibile nota.
- ▶ **S.A.** Soluzione ammissibile: valutazione ottimistica ammissibile (eventuale aggiornamento della migliore soluzione).
- ▶ **N.A.** Problema non ammissibile: il problema corrispondente al nodo in esame non ammette soluzioni.

# Regole Esplorazione

- ▶ **Depth First:** scelto nodo di livello maggiore.

**PRO** semplice da implementare. permette di ottenere presto delle soluzioni ammissibili (ci si avvicina rapidamente alle foglie) e limita la memoria necessaria per memorizzare l'albero delle soluzioni.

**CONTRO** presenta il rischio di esplorare completamente sotto-alberi con soluzioni scadenti;

- ▶ **Best Bound First:** scelto nodo con bound migliore.

**PRO** permette di limitare il numero di nodi visitati esplicitamente.

**CONTRO** esplorazione tende a rimanere a livelli poco profondi. Di conseguenza, tempo necessario per ottenere soluzioni ammissibili che migliorino quella corrente aumenta e maggiore utilizzo di memoria.

- ▶ **Regole miste:** nodi scelti alternando i diversi criteri. Ad esempio, all' inizio si applica una strategia Depth First e, quando si ha una “buona” soluzione ammissibile, si passa alla strategia Best Bound First.

# Valutazione soluzioni e Criterio d'arresto

- ▶ Aspettare semplicemente che l'enumerazione generi un nodo foglia ammissibile;
- ▶ Arresto se tutti i nodi sono dichiarati fathomed.

# Esempio 1

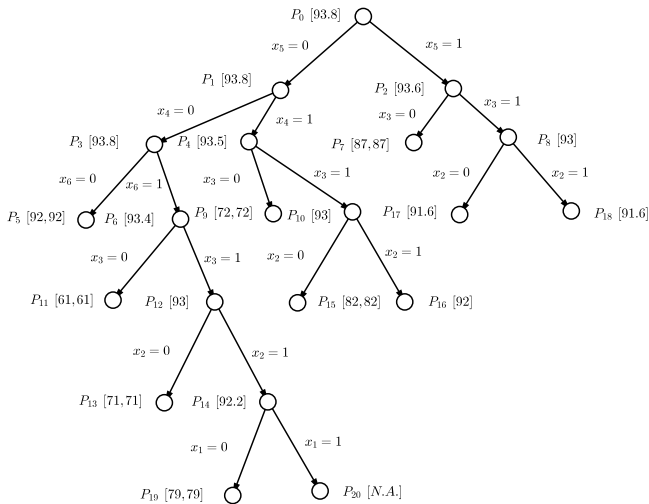
## Esercizio sul Branch and Bound

Calcolare, applicando il metodo del Branch and Bound (utilizzando AMPL per la soluzione del problema continuo), la soluzione del seguente problema di PLI con variabili 0/1:

$$\begin{array}{ll} \max & 22x_1 + 30x_2 + 40x_3 + 11x_4 + 15x_5 + 9x_6 \\ \text{s.t.} & 10x_1 + 15x_2 + 21x_3 + 6x_4 + 8x_5 + 5x_6 \leq 47 \\ & x_1, \dots, x_6 \in \{0, 1\} \end{array} \quad (1)$$



# Albero Esempio 1



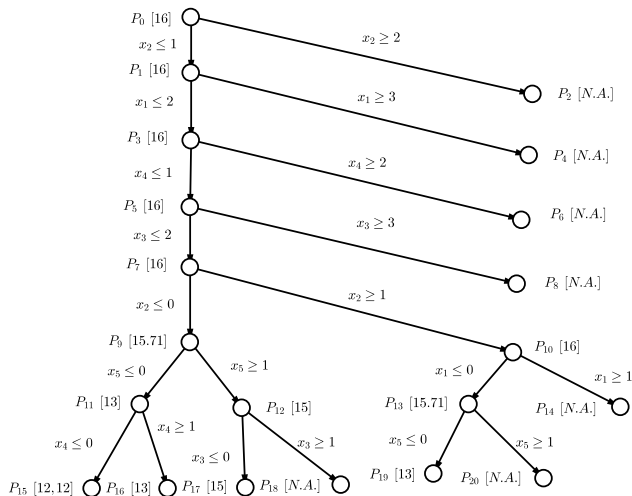
# Esempio 2

## Esercizio sul Branch and Bound

Calcolare, applicando il metodo del Branch and Bound (utilizzando AMPL per la soluzione del problema continuo), la soluzione del seguente problema di PLI:

$$\begin{array}{ll} \max & 3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 6x_4 + 13x_5 \\ \text{s. t.} & -3x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 12x_4 + 7x_5 \leq 8 \\ & 6x_1 + 12x_2 - 3x_3 - 6x_4 + 7x_5 \leq 8 \\ & x_1, \dots, x_5 \in \mathbb{Z}^+ \end{array} \quad (2)$$

# Albero Esempio 2 - parte 1



## Albero Esempio 2 - parte 2

