

AMPL Esempi

F. Rinaldi

Dipartimento di Matematica
Università di Padova

Corso di Laurea Informatica

Outline

AMPL Esempi

Esempi

Esempio 1

Produzione di Equipaggiamenti Sportivi

L'azienda Free Time produce equipaggiamenti sportivi di due tipi: basic e avanzato. Ciascun equipaggiamento è costituito da 2 tipi di capi d'abbigliamento (estivo e invernale) ed una serie di accessori, le cui quantità sono distribuite secondo la Tabella 1:

Tabella 1

	Basic	Avanzato
Invernale	2	3
Estivo	1	6
Accessori	4	5

Tabella 2

	Disp.
Invernale	2200
Estivo	2000
Accessori	4200

Riportiamo infine le quantità disponibili in Tabella 2. I prezzi di vendita per i due equipaggiamenti sono di 10 e 50 euro rispettivamente. Determinare il piano produttivo che massimizza il ricavo.

Elementi Problema

- ▶ Insieme di equipaggiamenti possibili;
- ▶ Insieme di risorse disponibili;
- ▶ Per ogni risorsa nota la quantità disponibile;
- ▶ Per ogni prodotto noto ricavo di vendita unitario;
- ▶ Per ogni prodotto nota quantità di risorsa necessaria per realizzare un equipaggiamento;
- ▶ **Obiettivo:** Massimizzare il ricavo.

Ripartizione di Risorse

- ▶ `prodotti`: Insieme prodotti (n elementi);
- ▶ `risorse`: Insieme di risorse disponibili (m elementi);
- ▶ b_i : Quantità disponibile di risorsa $i \in \text{risorse}$;
- ▶ c_j : Ricavo di vendita unitario prodotto $j \in \text{prodotti}$;
- ▶ a_{ij} : Quantità di risorsa $i \in \text{risorse}$ necessaria per realizzare una unità di prodotto $j \in \text{prodotti}$;
- ▶ x_j : Quantità di prodotto $j \in \text{prodotti}$ che si vuole realizzare.

Produzione Equipaggiamenti Sportivi: Modello PL

Otteniamo il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ & 0 \leq x_j \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{1}$$

Costruzione duale

La tabella seguente fornisce le regole complete per costruire il duale di un programma lineare:

$\max \quad c^\top x$	$\min \quad b^\top u$	
$a_i^\top x \leq b_i$	$u_i \geq 0$	$i = 1, \dots, m_1$
$a_i^\top x \geq b_i$	$u_i \leq 0$	$i = m_1 + 1, \dots, m_2$
$a_i^\top x = b_i$	u_i libera	$i = m_2 + 1, \dots, m$
$x_j \geq 0$	$A_j^\top u \geq c_j$	$j = 1, \dots, n_1$
$x_j \leq 0$	$A_j^\top u \leq c_j$	$j = n_1 + 1, \dots, n_2$
x_j libera	$A_j^\top u = c_j$	$j = n_2 + 1, \dots, n$

Duale del Problema

Otteniamo il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m b_i u_i \\ & \sum_{i=1}^m a_{ij} u_i \geq c_j \quad j = 1, \dots, n \\ & 0 \leq u_i \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \tag{2}$$

Interpretazione del Duale

Proprietà Variabili Duali

Si considerino un programma lineare in forma standard ed il suo duale:

$$\begin{aligned} \max \quad & c^\top x \\ \text{s.a} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min \quad & b^\top u \\ \text{s.a} \quad & A^\top u \geq c. \end{aligned}$$

Sia B una base ottima del problema primale e siano \bar{x}, \bar{u} le corrispondenti soluzioni ottime primale e duale. Allora ciascuna variabile duale \bar{u}_i indica di quanto varierebbe il valore ottimo se il termine noto del corrispondente vincolo primale b_i aumentasse di una unità e la base ottima restasse la stessa.

Comando Sensitivity AMPL

Comandi per sensitivity analysis:

```
#inizia analisi di sensitività
option solver cplex, cplex_options 'sensitivity';
# struttura del problema non viene modificata
option presolve 0;
# risolve il modello
solve;

# mostra gli intervalli (.down e .up) in cui possibile variare i
termini noti senza variare base ottima

display _conname, _con, _con.down, _con.current, _con.up;
```