

Prova scritta di Ricerca Operativa

15 giugno 2017

1. (PUNTI 6) Una fabbrica produce automobili in tre impianti e le spedisce in quattro regioni del paese. Le capacità produttive degli impianti sono indicate nell'ultima colonna della tabella qui sotto. Le domande dei clienti in ciascuna regione sono elencate nell'ultima riga; il prezzo unitario di spedizione di un'automobile da ogni impianto ad ogni regione è indicato nella parte centrale della tabella.

	Regione 1	Regione 2	Regione 3	Regione 4	Capacità
Impianto 1	131	218	266	120	450
Impianto 2	250	116	263	278	600
Impianto 3	178	132	122	180	500
Domanda	450	200	300	300	

I dirigenti della fabbrica vogliono individuare il piano di spedizione più economico per soddisfare le richieste delle quattro regioni rispettando le capacità degli impianti.

- (a) Scrivere un modello di programmazione lineare intera per risolvere il problema dei dirigenti e discutere l'importanza delle condizioni di interezza sulle variabili.
 - (b) Scrivere il suo duale.
 - (c) Dare un'interpretazione economica del programma duale.
2. (PUNTI 6) Si descriva nel dettaglio il problema del commesso viaggiatore e si analizzi, in tale contesto, il metodo basato sulla generazione di righe.
3. (PUNTI 6) Si descrivano nel dettaglio le differenze tra algoritmi di ottimizzazione globale probabilistici e deterministici (a livello teorico e pratico). Si descriva inoltre nel dettaglio un algoritmo a scelta tra il Simulated Annealing e il Branch and Bound per l'ottimizzazione globale.
4. (PUNTI 6) Si consideri il seguente problema:

$$\min_{x \in X} f(x) \tag{1}$$

con $X \subset \mathbb{R}^n$ politopo e $f(x)$ funzione **convessa** continuamente differenziabile. Si consideri il seguente algoritmo:

Algoritmo di Frank-Wolfe modificato

Step 1. Fissa il punto iniziale $x_0 \in X$ vertice del politopo.

Per $k=0,1,\dots$

Step 2. Calcola $\hat{x}_k \in X$ soluzione di

$$\min_{x \in X} \nabla f(x_k)^T (x - x_k)$$

Se $\nabla f(x_k)^T (\hat{x}_k - x_k) = 0$ allora STOP.

Step 3. Calcola x_{k+1} risolvendo il seguente problema:

$$\min_{x \in \text{conv}\{\hat{x}_0, \dots, \hat{x}_k\}} f(x)$$

Sfruttando il fatto che i vertici sono finiti dimostrare che l'algoritmo così modificato termina in un numero finito di passi.