

Prova scritta di Ricerca Operativa
9 settembre 2016

1. (PUNTI 6) Una ditta produce biciclette in tre impianti e le spedisce in quattro regioni del paese. Le capacità produttive degli impianti sono indicate nell'ultima colonna della tabella qui sotto. Le domande dei clienti in ciascuna regione sono elencate nell'ultima riga; il prezzo unitario di spedizione di una bicicletta da ogni impianto ad ogni regione è indicato nella parte centrale della tabella.

	Regione 1	Regione 2	Regione 3	Regione 4	Capacità
Impianto 1	130	318	166	120	550
Impianto 2	250	216	163	378	400
Impianto 3	168	232	123	180	600
Domanda	450	200	300	300	

I dirigenti della fabbrica vogliono individuare il piano di spedizione più economico per soddisfare le richieste delle quattro regioni rispettando le capacità degli impianti.

- (a) Scrivere un modello di programmazione lineare intera per risolvere il problema dei dirigenti e discutere l'importanza delle condizioni di interezza sulle variabili.
- (b) Scrivere il suo duale.
2. (PUNTI 6) Si descriva nel dettaglio il metodo per la generazione di colonne.
3. (PUNTI 6) Si descrivano i metodi di penalità e quelli di tipo filtro, indicando nel dettaglio le proprietà di ciascuno. Si consideri inoltre il problema:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \end{aligned}$$

con $f, g, h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Dire quali tra i punti x_2, \dots, x_5 riportati nella seguente tabella sono dominati dal punto x_1 (motivando la risposta).

x_i	$f(x_i)$	$g(x_i)$	$h(x_i)$
x_1	0.7	-0.3	0
x_2	0.6	-0.1	0
x_3	0.1	0.001	0.0005
x_4	-1.5	0	0.0001
x_5	0.8	-0.005	0

4. (PUNTI 6) Si consideri il seguente problema:

$$\min_{(w, \gamma) \in \mathbb{R}^{n+1}} (1 - \lambda) \|Aw + e\gamma - Y\|_1 + \lambda \sum_{i=1}^n (1 - \exp(-5|w_i|)),$$

dove $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $Y \in \mathbb{R}^m$, $\lambda \in [0, 1)$. Con e viene indicato il vettore unitario ed $\exp(t) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rappresenta la funzione esponenziale.

- Si descriva un problema continuamente differenziabile equivalente a quello dato.
- Si dica se l'algoritmo di Frank-Wolfe può essere utilizzato per risolvere il problema equivalente (indicando, nel caso, le proprietà di convergenza dell'algoritmo).
- Si consideri infine il problema:

$$\min_{(w, \gamma) \in \mathbb{R}^{n+1}} (1 - \lambda) \|Aw + e\gamma - Y\|_1 + \lambda \|w\|_1.$$

Si descriva un problema continuamente differenziabile equivalente a quello dato e si descriva un metodo per la sua risoluzione.