

RICERCA OPERATIVA - Laurea Magistrale in Matematica – A.A. 2019/20

Esercizi su formulazione di modelli di programmazione lineare

1 - Pianificazione di una merenda

Il signor Rossi ama le merende, ma ha deciso di pianificare attentamente la sua alimentazione, visti i suoi problemi di peso e di colesterolo.

I dessert che preferisce sono snack e gelati. Dopo aver letto le informazioni nutrizionali sulle confezioni, ha imparato che ogni porzione di snack pesa 37 grammi, contiene 120 calorie e 5 grammi di grasso. Ogni porzione di gelato, invece, pesa 65 grammi, contiene 160 calorie e 10 grammi di grasso.

Il signor Rossi non si vuole concedere più di 450 calorie e 25 grammi di grasso al giorno; però è così goloso che vuole avere almeno 120 grammi di dessert al giorno.

Inoltre, lui ha assegnato un “indice di gradimento” a ciascun grammo di ciascuna merenda, rappresentato con un numero da 0 a 100 (0 per le meno gradite, 100 per le più gradite). E così, il suo indice di gradimento per il gelato è pari a 95, mentre quello per gli snack è 85.

Scrivere un programma lineare per individuare quale può essere una merenda per il signor Rossi che soddisfi tutte le sue richieste e che massimizzi l'indice di gradimento totale.

2 - Produzione di palloni da calcio

Una fabbrica produce palloni da calcio e deve decidere quanti palloni produrre ogni mese. La direzione ha deciso di pianificare il lavoro per i prossimi sei mesi.

Le domande previste per i prossimi 6 mesi sono 10.000, 15.000, 30.000, 35.000, 25.000 e 10.000. La direzione vuole riuscire a soddisfare in tempo queste richieste, sapendo che in questo momento ha 5.000 palloni in magazzino e che può usare la produzione mensile per riuscire a soddisfare la richiesta per quel mese. (Per semplificare, assumiamo che la produzione avvenga durante il mese, mentre la richiesta sia concentrata alla fine del mese).

Durante ogni mese vi è abbastanza capacità produttiva per produrre fino a 30.000 palloni da calcio, e vi è abbastanza capacità di magazzino per immagazzinare fino a 10.000 palloni alla fine del mese, dopo aver soddisfatto la domanda.

I costi previsti per la produzione di un pallone da calcio per i prossimi sei mesi sono rispettivamente €12,50, €12,55, €12,70, €12,80, €12,85, e €12,95.

Il costo per tenere un pallone in magazzino alla fine di ogni mese è pari al 5% del costo di produzione per quel mese (questo costo include il costo di immagazzinamento e anche il costo per il denaro immobilizzato nelle scorte).

Il prezzo di vendita dei palloni non è considerato rilevante per la decisione di produzione poiché la direzione ha intenzione di soddisfare tutte le domande dei clienti esattamente nel momento della richiesta – a qualsiasi prezzo di vendita.

Scrivere un programma lineare per pianificare la produzione dei prossimi sei mesi in modo da minimizzare il costo totale di produzione e immagazzinamento.

3 - Pianificazione aggregata dei lavoratori e della produzione

Durante i prossimi 4 mesi, una fabbrica di scarpe deve soddisfare (in tempo) le seguenti richieste:

- mese 1: 3000 paia di scarpe,
- mese 2: 5000 paia di scarpe,
- mese 3: 2000 paia di scarpe,
- mese 4: 1000 paia di scarpe.

All'inizio del mese 1, ci sono a disposizione in magazzino 500 paia di scarpe e la fabbrica ha 100 lavoratori.

Ogni lavoratore è pagato \$1500 al mese e lavora fino a 160 ore al mese. Inoltre, ogni lavoratore può fare fino a 20 ore di straordinario per mese pagate \$13 all'ora.

Per la produzione di un paio di scarpe sono necessarie 4 ore di lavoro e \$15 di materia prima.

All'inizio di ogni mese i lavoratori possono esser assunti o licenziati. Per ogni lavoratore assunto la ditta deve pagare \$1600 per un corso di formazione e la liquidazione di ogni lavoratore licenziato costa \$2000.

Alla fine di ogni mese ogni paio di scarpe non venduto e messo quindi in magazzino costa alla ditta \$3.

La produzione in un dato mese può esser usata per soddisfare la domanda di quel mese.

Scrivere un programma lineare per determinare un piano di produzione e gestione dei lavoratori che minimizzi il costo totale (considerare continue le variabili relative al numero di lavoratori).

4 – Miscelazione in raffineria

Una raffineria ha a disposizione 5000 barili di petrolio greggio di tipo 1 e 10000 barili di petrolio greggio di tipo 2. La raffineria vende benzina e gasolio per riscaldamento. Questi prodotti sono ricavati miscelando tra loro i due tipi di greggio. Ogni barile di petrolio greggio di tipo 1 ha un "livello di qualità" di 10, ed ogni barile di petrolio greggio del tipo 2 ha un livello di qualità di 5. La benzina deve avere un livello medio di qualità di almeno 8, mentre il gasolio per riscaldamento deve avere un livello medio di qualità di almeno 6. La benzina è venduta a 25 \$ al barile ed il gasolio per riscaldamento è venduto a 20 \$ al barile. La domanda per il gasolio da riscaldamento e per la benzina si può ritenere illimitata, e quindi l'intera produzione della raffineria può essere venduta, qualunque essa sia.

Scrivere un programma lineare per individuare una produzione che massimizzi il profitto della raffineria.

5 – Produzione di farmaci

Un'industria farmaceutica produce tre farmaci, A, B e C che vende al prezzo unitario di \$8, \$70 e \$100 rispettivamente.

La produzione di una unità di A richiede 1 ora di manodopera.

La produzione di una unità di B richiede 2 ore di manodopera e 2 unità di A.

La produzione di una unità di C richiede 3 ore di manodopera e una unità di B.

Ovviamente, la quantità del prodotto A usata nella preparazione di B non può poi essere venduta separatamente. Analoghe considerazioni valgono per la quantità di B usata per produrre C.

In totale sono disponibili 4000 ore di manodopera. Il mercato è in grado di assorbire qualunque quantità prodotta.

Scrivere un programma lineare per individuare un piano di produzione che massimizzi il ricavo dell'industria farmaceutica.