# AMPL Esempi

F. Rinaldi

Dipartimento di Matematica
Università di Padova

Corso di Laurea Matematica

# Outline

**AMPL Esempi**

Esempi

# Esempio 1

## Produzione di Equipaggiamenti Sportivi

L'azienda Free Time produce equipaggiamenti sportivi di due tipi: basic e avanzato. Ciascun equipaggiamento è costituito da 2 tipi di capi d'abbigliamento (estivo e invernale) ed una serie di accessori, le cui quantitá sono distribuite secondo la Tabella 1:

Tabella 1

| | Basic | Avanzato |
|---|---|---|
| Invernale | 2 | 3 |
| Estivo | 1 | 6 |
| Accessori | 4 | 5 |

Tabella 2

| | Disp. |
|---|---|
| Invernale | 2200 |
| Estivo | 2000 |
| Accessori | 4200 |

Riportiamo infine le quantitá disponibili in Tabella 2. I prezzi di vendita per i due equipaggiamenti sono di 10 e 50 euro rispettivamente. Determinare il piano produttivo che massimizza il ricavo.

# Elementi Problema

- Insieme di equipaggiamenti possibili;
- Insieme di risorse disponibili;
- Per ogni risorsa nota la quantità disponibile;
- Per ogni prodotto noto ricavo di vendita unitario;
- Per ogni prodotto nota quantità di risorsa necessaria per realizzare un equipaggiamento;
- **Obiettivo:** Massimizzare il ricavo.

# Ripartizione di Risorse

- `prodotti`: Insieme prodotti ($n$ elementi);
- `risorse`: Insieme di risorse disponibili ($m$ elementi);
- $b_i$: Quantità disponibile di risorsa $i \in$ `risorse`;
- $c_j$: Ricavo di vendita unitario prodotto $j \in$ `prodotti`;
- $a_{ij}$: Quantità di risorsa $i \in$ `risorse` necessaria per realizzare una unità di prodotto $j \in$ `prodotti` ;
- $x_j$: Quantità di prodotto $j \in$ `prodotti` che si vuole realizzare.

# Produzione Equipaggiamenti Sportivi: Modello PL

Otteniamo il seguente problema di PL:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\
& \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i \quad i = 1, \dots, m \\
& 0 \le x_j \quad j = 1, \dots, n
\end{aligned}
\tag{1}
$$

# Costruzione duale

La tabella seguente fornisce le regole complete per costruire il duale di un programma lineare:

| max $c^\top x$ | min $b^\top u$ | |
|---|---|---|
| $a_i^\top x \leq b_i$ | $u_i \geq 0$ | $i = 1, \ldots, m_1$ |
| $a_i^\top x \geq b_i$ | $u_i \leq 0$ | $i = m_1 + 1, \ldots, m_2$ |
| $a_i^\top x = b_i$ | $u_i$ libera | $i = m_2 + 1, \ldots, m$ |
| $x_j \geq 0$ | $A_j^\top u \geq c_j$ | $j = 1, \ldots, n_1$ |
| $x_j \leq 0$ | $A_j^\top u \leq c_j$ | $j = n_1 + 1, \ldots, n_2$ |
| $x_j$ libera | $A_j^\top u = c_j$ | $j = n_2 + 1, \ldots, n$ |

# Duale del Problema

Otteniamo il seguente problema di PL:

$$
\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{i=1}^{m} b_i u_i \\
& \sum_{i=1}^{m} a_{ij} u_i \geq c_j \quad j = 1, \dots, n \\
& 0 \leq u_i \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned}
\tag{2}
$$

# Interpretazione del Duale

**Proprietá Variabili Duali**

Si considerino un programma lineare in forma standard ed il suo duale:

$$
\begin{aligned}
\max\ & c^\top x \\
\text{s.a}\ & Ax = b \\
& x \geq \mathbf{0}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\min\ & b^\top u \\
\text{s.a}\ & A^\top u \geq c.
\end{aligned}
$$

Sia $B$ una base ottima del problema primale e siano $\bar{x}, \bar{u}$ le corrispondenti soluzioni ottime primale e duale. Allora ciascuna variabile duale $\bar{u}_i$ indica di quanto varierebbe il valore ottimo se il termine noto del corrispondente vincolo primale $b_i$ aumentasse di una unità e la base ottima restasse la stessa.

# Comando Sensitivity AMPL

Comandi per sensitivity analysis:

```
#inizia analisi di sensitivitá
option solver cplex, cplex_options 'sensitivity';
# struttura del problema non viene modificata
option presolve 0;
# risolve il modello
solve;
# mostra gli intervalli (.down e .up) in cui possibile variare i
termini noti senza variare base ottima
display _conname, _con, _con.down, _con.current, _con.up;
```