

AMPL: Risoluzione di Problemi Nonlineari

F. Rinaldi

Dipartimento di Matematica
Università di Padova

Corso di Laurea Matematica

Outline

AMPL: Risoluzione di Problemi Nonlineari

Risoluzione Problemi Non Lineari

Generazione Sequenza Randomica

investimenti2.run

```
# cancella eventuali dati memorizzati
reset;

# inizializza il seed
option randseed 0;

# carica il modello e i dati
model investimenti.mod;
data investimenti.dat;

# setta cplex come solutore
option solver cplex;

for {i in 1..5}
{
# resetta parametri generati randomicamente
reset data r;
reset data c;

# risolve il modello
solve;
}
```

Primi Passi

Quando vogliamo risolvere un problema non lineare:

options solver MINOS;

MINOS implementa:

- ▶ algoritmo basato su gradiente ridotto: caso vincoli lineari
- ▶ algoritmo basato su Lagrangiano proiettato: caso vincoli non lineari

N.B. Nel caso non lineare il solutore non garantisce l'ottenimento di una soluzione

Scelta Punto Iniziale

AMPL passa a MINOS un punto iniziale:

- ▶ contestualmente alla dichiarazione delle variabili: `var x := 3;`
- ▶ utilizzando comando `let`: `let x:= 3;`
- ▶ se non assegnato, 0 di default

Parametri MINOS

Per ricercare ed eliminare dal modello variabili inutili:

option substout 1;

Parametri principali di MINOS:

Opzione	Valore	Significato
Completion	partial	sottoproblemi risolti parzialmente
Completion	full	sottoproblemi risolti completamente
Hessian_dimension	r (def. 50)	dimensione Hessiano
Major_iterations	i (def. 50)	numero iterazioni principali
Minor_iterations	i (def. 40)	numero iterazioni secondarie
Superbasics_limit	v (def. 50)	numero di variabili superbasiche

Esempio 1

Esempio 1

Dato il parametro $L > 0$, determinare i lati a , b , c del triangolo di area massima il cui perimetro sia dato da L (si consideri il caso numerico $L = 100$).

Soluzione Esempio 1

Soluzione Esempio 1

Da semplici considerazioni di tipo geometrico e/o algebrico possibile dimostrare che la soluzione del problema data da $a = b = c = L/3$, per ogni valore positivo del parametro L .

AMPL: Esempio 1

triangolo.mod

```
# parametri
param L >=0;

# variabili
var x:=0, >=0;
var y:=0, >=0;
var z:=0, >=0;

# funzione obiettivo (formula di Erone per il calcolo dell'area)
maximize area_triangolo: sqrt( L/2*(L/2-x)*(L/2-y)*(L/2-z) );

# vincoli
s.t. vinc_perimetrico: x + y + z = L;
```

DOMANDA: Perché MINOS non riesce a risolverlo?

AMPL: Esempio 1

triangolo.mod

```
# parametri
param L >=0;

# variabili
var x:=0, >=0;
var y:=0, >=0;
var z:=0, >=0;

# funzione obiettivo (formula di Erone per il calcolo dell'area)
maximize area_triangolo: sqrt( L/2*(L/2-x)*(L/2-y)*(L/2-z) );

# vincoli
s.t. vinc_perimetrico: x + y + z = L;
```

DOMANDA: Perché MINOS non riesce a risolverlo?

Problemi

Solutori per PNL possono incontrare vari inconvenienti durante il processo di risoluzione. Le cause possono essere:

- ▶ non linearità molto marcate
- ▶ funzioni non differenziabili o non continue

Accorgimenti:

- ▶ Fare attenzione al punto iniziale
- ▶ Cercare di eliminare (se possibile) anomalie

Esempio 2

Esempio 2

Sia dato l'intero $N > 0$ e la sfera in $\mathbb{R}^3$ di centro l'origine e raggio $R > 0$, determinare la posizione di N punti sulla sfera, tali che questi risultino a distanza massima tra loro (si consideri il caso numerico $R = 100$ e $N = 2$).

Soluzione Esempio 2

Soluzione Esempio 2

Evidentemente nel caso $N = 2$ i punti devono trovarsi da parti opposte rispetto ad un qualsiasi asse della sfera.

AMPL: Esempio 2

sfera2.mod

```
# parametri
param R;
param N;

# variabili
var x{j in 1..N}:=0;
var y{j in 1..N}:=0;
var z{j in 1..N}:=1*(-1)**j;
var t:=1, >=0;

# funzione obiettivo
maximize minima_distanza: t**2;

# vincoli
vinc_distanza{i in 1..N, j in 1..N : j>i}:
t**2 <= (x[i]-x[j])**2 + (y[i]-y[j])**2 + (z[i]-z[j])**2;
s.t. vinc_perimetrico{i in 1..N}: x[i]**2 + y[i]**2 + z[i]**2 <= R**2;
```

Esempio 3: Gestione Ottima di un Portafoglio Titoli

Esempio 3

Abbiamo:

- ▶ N titoli con rendimento r aleatorio avente valor medio $\bar{r}$ e covarianza Cov .
- ▶ Budget $B=1$.

Determinare un portafoglio ottimo (con varianza minima) al variare del rendimento atteso $r_m = 1.01, \dots, 1.1$ (con passo 0.01).

Mostrare ad ogni iterazione il portafoglio ottenuto (con titolo e quantità solo se $x_j > 0.0001$) con valor medio e varianza del rendimento.

Ricorda:

$$\bar{r}_j = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T x_{ij}$$

$$Cov(j, k) = \frac{1}{T-1} \sum_{i=1}^T (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k)$$