PRIMO COMPITINO di LOGICA PER INFORMATICA (fila I)
25 maggio 2004

Nome: Matricola:

Esercizio 1.1
Sia $x : 0$ var, $z : 0$ var, $t : 0$ var e $y : 0 \to (0 \to 0)$ var. Siano inoltre

$$e_1 \equiv ((x)(y)\ y(x)(z))(x)((x)(z)\ x) \equiv (\lambda x.\lambda y.y(x)(z))(x)(\lambda x.\lambda z.x)$$

e

$$e_2 \equiv ((y)\ y(t)(x))((x)(z)\ z) \equiv (\lambda y.y(t)(x))(\lambda x.\lambda z.z)$$

Dimostrare

1. che si tratta di due espressioni della stessa arietà;
2. che esse non hanno le stesse variabili libere;
3. che si tratta di due espressioni uguali.

Esercizio 1.2
Si consideri la formula $\forall x.\exists y.P(x, y) \to P(y, x)$. Trovare

1. una interpretazione che la renda vera;
2. una interpretazione che la renda falsa.

Esercizio 1.3
Dimostrare, utilizzando il metodo degli alberi proposizionali,

1. che la formula
$$A_0 \equiv (p \to q) \wedge \neg(q \wedge \neg r) \wedge (p \wedge \neg r)$$
non è soddisfacibile;
2. che, se definiamo A_0 come nel punto precedente e $A_{n+1} = \neg A_n \to A_n$ allora la formula A_n é confutabile per ogni numero naturale n.

PRIMO COMPITINO di LOGICA PER INFORMATICA (fila II)
25 maggio 2004

Nome: Matricola:

Esercizio 2.1
Sia $x : 0$ var, $z : 0$ var, $t : 0$ var e $y : 0 \to (0 \to 0)$ var. Siano inoltre

$$e_1 \equiv ((y)(x)\ y(t)(x))((x)(z)\ z)(x) \equiv (\lambda y.\lambda x.y(t)(x))(\lambda x.\lambda z.z)(x)$$

e

$$e_2 \equiv ((y)\ y(x)(z))((x)(z)\ x) \equiv (\lambda y.y(x)(z))(\lambda x.\lambda z.x)$$

Dimostrare

1. che si tratta di due espressioni della stessa arietà;
2. che esse non hanno le stesse variabili libere;
3. che si tratta di due espressioni uguali.

Esercizio 2.2
Si consideri la formula $\exists x.\forall y.P(x, y) \vee P(y, x)$. Trovare

1. una interpretazione che la renda vera;
2. una interpretazione che la renda falsa.

Esercizio 2.3
Dimostrare, utilizzando il metodo degli alberi proposizionali,

1. che la formula
$$A_0 \equiv (\neg p \vee q) \wedge (q \to r) \wedge \neg(p \to r)$$
non è soddisfacibile;
2. che, se definiamo A_0 come nel punto precedente e $A_{n+1} = \neg(A_n \to \neg A_n)$ allora la formula A_n é confutabile per ogni numero naturale n.