

# Programma del corso di Fondamenti di Analisi Matematica II

corso di laurea in Ingegneria dei Processi Industriali e dei Materiali e dell'energia  
tenuto dal prof. P. Soravia, a. a. 2014/15

**Curve parametriche.** Curve parametriche in  $\mathbf{R}^n$ . Limiti, continuità e derivate. Vettore tangente e verso di una curva. Curve regolari. Curve equivalenti e dello stesso verso. Curve rettificabili: lunghezza di una curva. Lunghezza dei grafici di funzioni di una variabile. Curve in coordinate polari. Ascissa curvilinea. Cambio di coordinate e curve equivalenti. Integrale di linea di prima specie. L'integrale di linea è indipendente da parametrizzazioni equivalenti.

**Calcolo differenziale.** Intorni dei punti. Insiemi aperti e chiusi. Frontiera e chiusura. Limiti e continuità in più variabili. Calcolo del limite con le coordinate polari. Forme indeterminate. Insiemi connessi per archi. Teorema degli zeri. Teorema di Weierstrass. Derivate parziali e direzionali, e loro significato geometrico. Funzioni differenziabili e significato geometrico. Piano tangente ad un grafico. Le funzioni differenziabili sono continue. Formula del gradiente per le derivate direzionali. Teorema del differenziale totale. Derivazione delle funzioni composte. Gradiente e suo significato geometrico. Il gradiente è ortogonale alle curve di livello. Funzioni a gradiente nullo. Derivate di ordine superiore. Matrice Hessiana. Teorema di Schwarz. Formula di Taylor al primo e secondo ordine per funzioni scalari. Minimi e massimi locali, punti di sella. Teorema di Fermat. Punti critici. Forme quadratiche e loro classificazione, condizioni sufficienti per i minimi e massimi locali. Minimi e massimi assoluti per funzioni definite su insiemi chiusi e limitati. Funzioni implicitamente definite. Teorema di Dini (o della funzione implicita).

**Funzioni a valori vettoriali.** Differenziabilità per funzioni a valori vettoriali. Matrice Jacobiana. Superficie parametriche. Superficie parametriche regolari di  $\mathbf{R}^3$ . Grafici, superfici di rotazione. Piano tangente. Principio dei moltiplicatori di Lagrange: massimi e minimi vincolati.

**Integrali multipli.** Integrale delle funzioni continue in due e tre variabili. Misura di insiemi. Integrazione su domini semplici in  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$  e calcolo

dell' integrale. Teorema di riduzione. Teorema di cambio di variabili. Coordinate polari, sferiche e cilindriche. Volume dei solidi di rotazione, Primo Teorema di Guldino. Medie integrali, baricentro e massa.

**Campi vettoriali.** Campi vettoriali e forme differenziali. Lavoro di un campo vettoriale e integrale di linea di seconda specie. Campi vettoriali irrotazionali e conservativi. Potenziali. Insiemi semplicemente connessi. Calcolo del potenziale. Aperti stellati. Formule di Gauss-Green nel piano e sue applicazioni al calcolo delle aree. Area di una superficie e integrale superficiale. Area di grafici. Area di superficie di rotazione, Secondo Teorema di Guldino. Teorema della divergenza (di Gauss) in  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ . Superficie orientate. Bordo di una superficie. Flusso di un campo vettoriale. Teorema di Stokes.

**Equazioni differenziali.** Equazioni lineari del secondo ordine. Problema di Cauchy. Integrale generale. Indipendenza lineare e matrice wronskiana. Integrale generale di equazioni omogenee a coefficienti costanti. Calcolo dell' integrale particolare per alcuni tipi di equazioni non omogenee con il metodo di somiglianza. Metodo di variazione delle costanti.

**Legenda. Testo di riferimento.** M.Bramanti, C.D.Pagani, S.Salsa, Analisi matematica 2, Zanichelli.

<http://www.math.unipd.it/~soravia/didattica/>

**Testi suggeriti per esercizi.** Marcellini, Sbordone, Esercitazioni di Matematica 2o vol, Ed. Liguori. Le dimostrazioni richieste sono quelle svolte a lezione. I pdf delle lezioni sono disponibili ad accesso riservato sul sito "elearning.math.unipd.it". **Nota bene.** Gli esercizi svolti dai docenti a lezione, gli esercizi del libro riguardanti le parti in programma, le dimostrazioni lasciate per esercizio sono parte integrante del programma. Si fa presente che le notazioni ed il linguaggio usati nel tema d' esame scritto sono quelli del testo di riferimento e potrebbero talvolta differire da quelli di altri testi.