

Programma del corso di Analisi Matematica I

corsi di laurea in Ingegneria Industriale, canale 4

tenuto dal prof. P. Soravia, a. a. 2011/12

Numeri reali e funzioni. Numeri naturali, interi, razionali. $\sqrt{2}$ non è razionale. Numeri reali. Minimi e massimi di insiemi di numeri reali. La proprietà di Archimede. Maggioranti, minoranti, estremo superiore/inferiore. Proprietà caratteristiche dell' estremo superiore ed inferiore. Proprietà di completezza. \mathbb{Q} e $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ sono densi in \mathbb{R} . Principio di induzione. Disequazioni. Prodotto cartesiano. Coordinate cartesiane della retta e del piano. Modulo di un numero reale e sue proprietà. Intervalli di numeri reali. Potenze, esponenziali e logaritmi. Proprietà delle potenze. Funzioni e loro grafici. Funzioni trigonometriche. Funzioni limitate, massimo e minimo globale. Logaritmi. Funzioni iniettive, suriettive, biiettive. Funzioni invertibili e funzioni inverse. Funzioni monotone, pari e dispari. Composizione di funzioni.

Calcolo infinitesimale, limiti e serie Funzione distanza. Intorni dei punti in \mathbb{R} e \mathbb{R}^n . Punti interni, esterni e di frontiera. Punti di accumulazione. Teorema di Bolzano-Weierstrass (s.d.). Insiemi aperti e chiusi, interno e chiusura. Limiti. Unicità del limite. Limiti destro e sinistro e non esistenza del limite. Teorema della permanenza del segno. Proprietà elementari dei limiti. Teorema del confronto. Limite di funzioni composte (cambio di variabile). Limite di funzioni monotone. Confronti tra infiniti e tra infinitesimi: simboli di Landau e loro uso. Limite di successioni e Teorema ponte. La successione geometrica. Sottosuccessioni. Insiemi compatti. La successione $(1 + \frac{1}{n})^n$ e il numero e di Nepero. Limiti notevoli: $\frac{e^x-1}{x}$, $\frac{a^x-1}{x}$, $\frac{\log(1+x)}{x}$, $\frac{(1+x)^p-1}{x}$, $\frac{\sin x}{x}$, $\frac{1-\cos x}{x^2}$. Funzioni iperboliche. Asintoti orizzontali, verticali, obliqui. Serie numeriche e loro termine generale. Serie convergenti, divergenti e irregolari. Serie geometrica. Serie armonica. Serie a termini positivi. Criteri di convergenza per le serie a termini positivi: del confronto, confronto asintotico, del rapporto, della radice. Convergenza assoluta. Criterio di Leibniz. Serie di potenze e loro intervallo di convergenza assoluta.

Funzioni continue Punti di discontinuità di funzioni, funzioni continue. Composizione di funzioni continue. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Continuità dell'inversa. Monotonia e invertibilità delle funzioni. Teorema di Weierstrass. Funzioni lipschitziane e loro continuità.

Calcolo differenziale. Tangente ad un grafico e derivata di una funzione. Derivata destra e sinistra, tangenza verticale, punto angoloso, cuspidi. Le funzioni derivabili sono continue. Derivata della somma, prodotto, quoziente di funzioni. Derivata di una funzione composta. Derivata dell'inversa. Derivate delle funzioni elementari. Estremi locali e globali. Teoremi di Fermat, di Rolle, di Lagrange e di Cauchy. Funzioni a derivata nulla. Teorema di Lagrange e continuità della derivata. Monotonia e studio del segno della derivata. Funzioni di classe C^n e C^∞ . Funzioni convesse, concave e monotonia della derivata (s.d.). Studio di funzione. Il Teorema di de L'Hôpital (s.d.). Lo sviluppo di Taylor con resto nella forma di Peano. Applicazioni al calcolo dei limiti. Derivate di ordine superiore ed estremi locali. Sviluppi di Taylor-MacLaurin delle funzioni elementari. Lo sviluppo di Taylor con resto nella forma di Lagrange (s.d.) e stima dell'errore. Serie di Taylor e funzioni analitiche.

Calcolo integrale. Funzioni integrabili secondo Riemann. Integrale e area delle figure piane. Criterio di integrabilità e integrabilità delle funzioni Lipschitziane. Integrabilità delle funzioni continue, monotone e con finiti punti di discontinuità (s.d.). Proprietà dell'integrale. Teorema della media. Teorema fondamentale del calcolo integrale. Funzione integrale. Primitive di funzioni. Primitive e teorema fondamentale del calcolo. Integrazione per parti. Integrazione per sostituzione. Integrazione delle funzioni razionali. Alcune sostituzioni di base. Integrale in senso improprio. Criteri del confronto e confronto asintotico per l'integrabilità in senso improprio. Funzioni assolutamente integrabili in senso improprio. Integrazione termine a termine delle serie di potenze.

Equazioni differenziali. Modelli differenziali e modello di Malthus. L'integrale generale ed il Problema di Cauchy. Equazioni lineari del primo ordine. Equazioni omogenee e non omogenee: integrali particolari. Metodo di variazione della costante. Equazioni a variabili separabili. Esplosione in tempo finito. Risultati di esistenza ed unicità (s.d.).

Legenda. s. d. sta per "senza dimostrazione"; dim. fac. sta per "dimostrazione facoltativa".

Lista delle dimostrazioni dei teoremi del testo che possono essere oggetto di domande della prova scritta oltre a tutte le definizioni e gli enunciati delle parti in programma. Sul testo di riferimento (per la seconda edizione) (T 3.11-13-19-21-22; L 3.14; T 4.7-13-20-23-25; T 5.7; T 6.8-10-14-15; dopo la Definizione 6.16 "le funzioni lipschitziane sono continue"; T 7.6-13-14-15-19-21-34-35; T 8.10-12; C 8.15; T 17.1-2-3) oltre a tutte quelle della dispensa in rete e svolte a lezione.

Per la prima edizione del libro: (T 4.3-4-6-8-9; L 4.2; T 5.3-5-11-14; T 6.2; T 7.4-5-8-9; dopo la Definizione 7.5 "le funzioni lipschitziane sono continue"; T

8.2-4-5-6-8-10-17-18; T 9.6-7; C 9.1; T 16.1-2-3).

Qui sopra T=teorema, L=lemma; C=corollario.

Testo di riferimento. Bertsch, Dal Passo, Giacomelli, Analisi Matematica, McGraw-Hill, capp. 1–11. Appunti delle lezioni disponibili in rete, registrandosi sul sito

elearning.unipd.it/moodle1/.

Nota bene Il testo e gli appunti contengono pressochè interamente gli argomenti in programma. Altre eventuali parti vanno considerate facoltative. Non sono richieste le dimostrazioni non svolte a lezione, sono invece argomento d' esame le dimostrazioni di argomenti in programma lasciate al lettore o per esercizio. Gli esercizi svolti dai docenti a lezione sono parte integrante del programma. Agli studenti che hanno seguito il corso in anni precedenti è consentito, se lo preferiscono, di preparare l' esame su altri testi, ma non sono in questo modo esentati dalle parti di programma che non si trovassero su tali testi. Inoltre, alcune parti del programma potrebbero essere svolte in altri testi con una minore generalità e di ciò si potrà tener conto nella valutazione dell'esame. Si fa anche presente che le notazioni ed il linguaggio usati nel tema d' esame scritto sono quelli del testo di riferimento e potrebbero talvolta differire da quelli di altri testi.