

Analisi Matematica I

1a prova di autovalutazione

corso di laurea in Ingegneria dei Processi Industriali e dei Materiali

tenuto dal prof. P. Soravia, a. a. 2009/10

Darsi due ore di tempo. Il programma relativo termina con la nozione di derivata esclusa. I punteggi dei vari quesiti sono tra parentesi quadra. Le risposte vanno sufficientemente argomentate, mettendo in luce in particolare l'uso di teoremi visti a lezione.

Esercizio 1.[2+3+3] Data la funzione

$$f(x) = \log\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

- (i) se ne determini il dominio naturale;
- (ii) si dica se essa è iniettiva, invertibile, suriettiva, biiettiva;
- (iii) se ne determini l'immagine ed eventualmente la funzione inversa.

Esercizio 2.[4+4] Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log\left(\frac{2(x-1)}{x+1}\right)}{e^x - e^3 \cos(x-3)}$$
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(x+1) + 2\sqrt{x}}{\log(1 + e^{\sqrt{x}})}$$

Esercizio 3.[3+4] Discutere la convergenza delle seguenti serie (la seconda al variare di $x \in \mathbb{R}$)

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} + e^{-n}}{n^2 \log n + \sin^2 n}$$
$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n! + n}{(n+1)!} x^n$$

Domande di teoria 4.[2+2+3]

- Si dia la definizione di estremo superiore;
- Si enunci la proprietà di completezza di \mathbb{R} ;
- Si enunci e si provi una caratterizzazione dell'estremo superiore (proprietà caratteristica dell'estremo superiore).