

Analisi Matematica I per IPIM-IEN, 10/02/11

Cognome Nome

Numero di matricola Ingegneria

Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [8]

Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \frac{|x| + 2}{x^2 + 2x + 1}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale* D , i *limiti* ai punti di accumulazione di D , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare l'immagine di f e tracciarne il *grafico*.

Esercizio 2 [6]

Si calcolino le primitive di $f(x) = \frac{x-1}{(x-2)^2} \log(x-2)$ e si dica se converge il seguente integrale improprio

$$\int_4^{+\infty} \frac{x-1}{(x-2)^2} \log(x-2) dx.$$

Esercizio 3 [6]

Si dica per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ è convergente la serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(k+1)^3 - k^3}{k^\alpha (e^{\frac{1}{k}} - 1) - e^{\frac{1}{k}}}.$$

Esercizio 4 [5]

Si studi l'esistenza di punti di minimo e massimo locale della funzione

$$f(x, y) = x^2 y^2 + 3y^2 + \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + 2x.$$