

Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10
prova scritta del 13/07/10

Cognome Nome

Numero di matricola

Corso di studi in Ingegneria

Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [8]

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{|x+1|}\right) - \frac{x}{2}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale* D , i *limiti* ai punti di accumulazione di D , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare eventuali punti di minimo e massimo globale di f .
- Discutere l'immagine di f .
- Nello spazio sottostante, tracciare il *grafico* di f e indicare $f(D)$.

Esercizio 2 [6]

Si discuta la convergenza per $\alpha > 0$ e si calcoli per $\alpha = 1$ il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{4\alpha}} \exp\left(-2\frac{(x-1)^\alpha}{x}\right) dx.$$

Sopra vale la seguente notazione per la funzione esponenziale $\exp(z) = e^z$.
(Sugg. per il calcolo procedere prima con la sostituzione $y = \frac{1-x}{x}$.)

Nello spazio sottostante si riportino: i valori di α per cui l'integrale è convergente, una primitiva della funzione e il valore dell'integrale da calcolare.

Esercizio 3 [5]

- (i) Si determini l'ordine di infinitesimo rispetto ad x per $x \rightarrow 0^+$ della funzione

$$f(x) = \log(e^x + x^2) - \log(e^x - x^2)$$

- (i) Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(e^x + x^2) - \log(e^x - x^2)}{\tan x^2 - x^3}$$

Nello spazio sottostante si riportino il valore del limite ed il monomio a cui f è asintotica per $x \rightarrow 0^+$.

Esercizio 4 [5]

Si determinino i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = 3y^4 + 3y + 3xy^3 + x^2y^2$$

e li si classifichino.

Nello spazio sottostante si riportino i punti stazionari con la loro tipologia.

Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10
prova scritta del 13/07/10

Cognome Nome

Numero di matricola

Corso di studi in Ingegneria

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

Tema 1

Domande di Teoria [8] *a cui rispondere su questo foglio*

- Data $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, si definisca l'affermazione: " f è derivabile in $x_o \in (a, b)$ ".
- Si enunci il Teorema di Rolle.
- Si provi tale Teorema.

Si risponda con vero o falso di fianco alle seguenti affermazioni:

- la funzione $f(x) = |x|^{\frac{3}{2}}$ è derivabile in $x_o = 0$.
- In base al Teorema di Rolle, la derivata della funzione $f(x) = |x|$ si annulla in un punto di $(-1, 1)$.
- Si giustifichi brevemente la risposta precedente.