

**Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10**  
**prova scritta del 13/07/10**

Cognome ..... Nome .....

Numero di matricola .....

Corso di studi in Ingegneria .....

**Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.**

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

**Tema 1 (parte di esercizi)**

**Esercizio 1 [8]**

Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{2x}{|x+1|}\right) - \frac{x}{2}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale*  $D$ , i *limiti* ai punti di accumulazione di  $D$ , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare eventuali punti di minimo e massimo globale di  $f$ .
- Discutere l'immagine di  $f$ .
- Nello spazio sottostante, tracciare il *grafico* di  $f$  e indicare  $f(D)$ .

**Esercizio 2 [6]**

Si discuta la convergenza per  $\alpha > 0$  e si calcoli per  $\alpha = 1$  il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{4\alpha}} \exp\left(-2\frac{(x-1)^\alpha}{x}\right) dx.$$

Sopra vale la seguente notazione per la funzione esponenziale  $\exp(z) = e^z$ .  
(Sugg. per il calcolo procedere prima con la sostituzione  $y = \frac{1-x}{x}$ .)

Nello spazio sottostante si riportino: i valori di  $\alpha$  per cui l'integrale è convergente, una primitiva della funzione e il valore dell'integrale da calcolare.

**Esercizio 3** [5]

- (i) Si determini l'ordine di infinitesimo rispetto ad  $x$  per  $x \rightarrow 0^+$  della funzione

$$f(x) = \log(e^x + x^2) - \log(e^x - x^2)$$

- (i) Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(e^x + x^2) - \log(e^x - x^2)}{\tan x^2 - x^3}$$

Nello spazio sottostante si riportino il valore del limite ed il monomio a cui  $f$  è asintotica per  $x \rightarrow 0^+$ .

**Esercizio 4** [5]

Si determinino i punti stazionari della funzione

$$f(x, y) = 3y^4 + 3y + 3xy^3 + x^2y^2$$

e li si classifichino.

Nello spazio sottostante si riportino i punti stazionari con la loro tipologia.

**Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10**  
**prova scritta del 13/07/10**

Cognome ..... Nome .....

Numero di matricola .....

Corso di studi in Ingegneria .....

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

**Tema 1**

**Domande di Teoria** [8] *a cui rispondere su questo foglio*

- Data  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ , si definisca l'affermazione: " $f$  è derivabile in  $x_o \in (a, b)$ ".
- Si enunci il Teorema di Rolle.
- Si provi tale Teorema.

Si risponda con vero o falso di fianco alle seguenti affermazioni:

- la funzione  $f(x) = |x|^{\frac{3}{2}}$  è derivabile in  $x_o = 0$ .
- In base al Teorema di Rolle, la derivata della funzione  $f(x) = |x|$  si annulla in un punto di  $(-1, 1)$ .
- Si giustifichi brevemente la risposta precedente.