

Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10
prova scritta del 13/09/10

Cognome Nome

Numero di matricola

Corso di studi in Ingegneria

Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

Tema 1 (parte di esercizi)

Esercizio 1 [8]

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x \frac{|x|}{1-x}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale* D , i *limiti* ai punti di accumulazione di D , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare eventuali punti di minimo e massimo globale di f .
- Discutere l'immagine di f .
- Nello spazio sottostante, tracciare il *grafico* di f e indicare $f(D)$.

Esercizio 2 [5]

Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{e^4}^{e^6} \frac{9 + \log x}{x(\log^2 x - 5 \log x + 6)} dx.$$

Nello spazio sottostante si riportino una primitiva della funzione e il valore dell'integrale da calcolare.

Esercizio 3 [6]

- (i) Si determini l'ordine di infinitesimo rispetto ad x per $x \rightarrow 0$ della funzione

$$f(x) = e^{\sin x} - e^x.$$

- (i) Si discuta, al variare di $x \in \mathbb{R}$, la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+2^n)}{n^2 + x^{2n}}.$$

Nello spazio sottostante si riportino il monomio a cui f è asintotica per $x \rightarrow 0$ e gli insiemi dei valori di x per cui la serie converge e/o converge assolutamente.

Esercizio 4 [5]

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x + y, & x \geq y, \\ 4x + y, & x < y. \end{cases}$$

Si studi la continuità della funzione, si dica se esistono le derivate parziali in $(0, 0)$ ed eventualmente le si calcolino. Si dica se la funzione sia differenziabile in $(0, 0)$ oppure in $(1, 2)$.