

**Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10**  
**prova scritta del 13/09/10**

Cognome ..... Nome .....

Numero di matricola .....

Corso di studi in Ingegneria .....

**Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.**

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

**Tema 1 (parte di esercizi)**

**Esercizio 1 [8]**

Si consideri la funzione

$$f(x) = e^x \frac{|x|}{1-x}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale*  $D$ , i *limiti* ai punti di accumulazione di  $D$ , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare eventuali punti di minimo e massimo globale di  $f$ .
- Discutere l'immagine di  $f$ .
- Nello spazio sottostante, tracciare il *grafico* di  $f$  e indicare  $f(D)$ .

**Esercizio 2 [5]**

Si calcoli il seguente integrale

$$\int_{e^4}^{e^6} \frac{9 + \log x}{x(\log^2 x - 5 \log x + 6)} dx.$$

Nello spazio sottostante si riportino una primitiva della funzione e il valore dell'integrale da calcolare.

**Esercizio 3** [6]

- (i) Si determini l'ordine di infinitesimo rispetto ad  $x$  per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$f(x) = e^{\sin x} - e^x.$$

- (i) Si discuta, al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , la convergenza della seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+2^n)}{n^2 + x^{2n}}.$$

Nello spazio sottostante si riportino il monomio a cui  $f$  è asintotica per  $x \rightarrow 0$  e gli insiemi dei valori di  $x$  per cui la serie converge e/o converge assolutamente.

**Esercizio 4** [5]

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x + y, & x \geq y, \\ 4x + y, & x < y. \end{cases}$$

Si studi la continuità della funzione, si dica se esistono le derivate parziali in  $(0, 0)$  ed eventualmente le si calcolino. Si dica se la funzione sia differenziabile in  $(0, 0)$  oppure in  $(1, 2)$ .