

**Analisi Matematica I per IPIM-IEN, 24/02/11**

Cognome .....Nome .....Matricola .....

**Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.**

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

**Tema 1 (parte di esercizi)**

**Esercizio 1 [7]**

Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x}{\log(1 + |x|)}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale*  $D$ , i *limiti* ai punti di accumulazione di  $D$ , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo* e *massimo* locale e relativo valore.
- Determinare l'immagine di  $f$  e tracciarne il *grafico*.

NB. Per il segno della derivata si provi che  $g(x) = \log(1 + |x|) - \frac{|x|}{1+|x|} \geq 0$ .

**Esercizio 2 [6]**

Si dica se converge e si calcoli il seguente integrale improprio

$$\int_{\frac{4}{3}}^{+\infty} \frac{1}{(4x+3)} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx.$$

Sugg. Si cominci con la sostituzione  $x = \sinh y = \frac{e^y - e^{-y}}{2}$ . ( $\sinh(\log 3) = \frac{4}{3}$ .)

**Esercizio 3 [6]**

Si calcoli il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x \arctan x) - e^{x^2} + 1}{(1 - \cos x) \sin^2 x + x^5}.$$

**Esercizio 4 [5]**

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^2 y}{x^2 + 2y^2}, & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Si studino: la continuità e la differenziabilità di  $f$  in  $(0, 0)$  e si calcolino le derivate parziali e direzionali.