

**Analisi Matematica I per IPIM, a.a. 2009/10**  
**prova scritta del 26/01/10**

Cognome .....Nome .....

Numero di matricola .....

Corso di studi in Ingegneria .....

**Nota bene: tutte le risposte vanno adeguatamente giustificate.**

Punteggi indicativi degli esercizi tra parentesi quadre.

**Tema 1 (parte di esercizi)**

**Esercizio 1 [6]**

Si consideri la funzione

$$f(x) = |x^3 - 4x^2 + 3x|^{\frac{1}{3}}.$$

Determinare:

- il *dominio naturale*  $D$ , i *limiti* ai punti di accumulazione di  $D$ , eventuali *asintoti*, simmetrie del grafico e periodicità,
- *continuità*, *derivabilità*, *segno* della derivata, intervalli di monotonia, limiti della derivata, eventuali punti di *minimo e massimo* locale e relativo valore.
- Determinare l'immagine di  $f$  ristretta all'intervallo  $[0, 3]$  ed eventuali punti di minimo e massimo globale di  $f$ .
- Nello spazio sottostante, tracciare il *grafico* di  $f$ .

### Esercizio 2 [6]

Si discuta al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_4^{+\infty} \frac{3x^\alpha + 1}{x(x-3)} dx$$

e lo si calcoli per  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

Nello spazio sottostante si riportino: una primitiva della funzione e il valore dell'integrale da calcolare.

### Esercizio 3 [6]

(i) Si calcoli il seguente limite che può essere utile nel corso dell'Esercizio 1.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 4x^2 + 3x)^{\frac{1}{3}} - x$$

(ii) Si determini l'ordine di infinitesimo rispetto ad  $x$  per  $x \rightarrow 0$  della funzione

$$f(x) = \arctan(3 \sin x) - 3x + \frac{19}{2}x^3.$$

Nello spazio sottostante si riportino il valore del limite e il monomio a cui  $f$  è asintotica per  $x \rightarrow 0$ .

### Esercizio 4 [6]

Si determini il valore del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  in modo che la funzione  $f(x, y) = \alpha x^2 - y^2 - 4x + 6y + xy$  abbia un punto stazionario in  $(-2, 2)$  e lo si classifichi.

Nella zona sottostante si riporti il valore di  $\alpha$  ed il tipo di punto stazionario trovato.