

RICERCA IN UNO SPAZIO DI SOLUZIONI

Outline

- ◇ Formulazione del problema
- ◇ Esempi di problemi
- ◇ Alcuni algoritmi di ricerca

2

Esempio: Romania

In vacanza in Romania; ora ad Arad.
Il volo parte domani da Bucharest

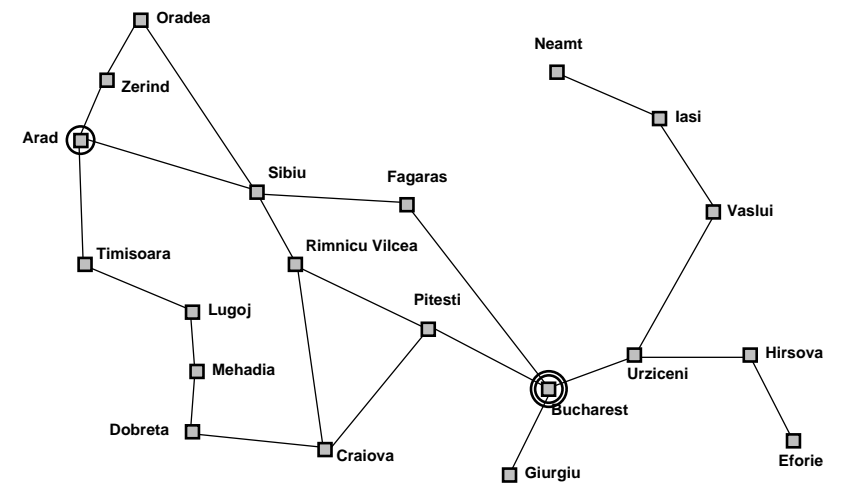
Formulare il goal:
essere a Bucharest

Formulare il problema:
stati: varie città'
operatori: viaggi tra le città'

Trovare una soluzione:
sequenza di città', esempio: Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest

3

Esempio: Romania



4

Formulazione del problema (singoli stati)

Un *problema* e' definito da quattro elementi:

stato iniziale es.: "ad Arad"

operatori (o *funzione successore* $S(x)$)

es.: Arad \rightarrow Zerind Arad \rightarrow Sibiu etc.

Un test per il goal, puo' essere

esplicito, es.: $x = \text{"a Bucharest"}$

implicito, es.: Bucharest(x)

costo di un cammino (additivo)

es.: somma di distanze, numero di operatori eseguiti, ...

Una *soluzione* e' una sequenza di operatori che porta dallo stato iniziale ad uno stato di goal

5

Esempio: il puzzle

5	4	
6	1	8
7	3	2

Start State

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal State

stati??: caselle (ignora posizioni intermedie)

operatori??: mossa del bianco a sinistra, destra, alto, basso

test per il goal??: = stato di goal (dato)

costo di un cammino??: 1. per mossa

[Nota: soluzione ottima e' NP-hard]

7

Selezionare uno spazio degli stati

Il mondo reale e' molto complesso

\Rightarrow lo spazio degli stati deve essere *astratto* per risolvere il problema

Stato (astratto) = insieme di stati reali

Operatore (astratto) = combinazione complessa di azioni reali

es.: "Arad \rightarrow Zerind" rappresenta un insieme complesso di possibili strade, detour, fermate, ...

Per garantire la realizzabilita', qualsiasi stato reale "in Arad" deve portare a *qualche* stato reale "in Zerind"

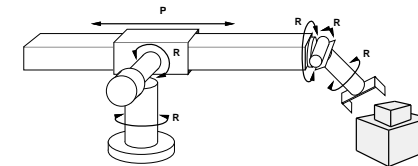
Soluzione (astratta) =

insieme di cammini reali che sono soluzioni in quel mondo reale

Ogni azione astratta dovrebbe essere "piu' semplice" del problema originale.

6

Esempio: assemblaggio robotico



stati??: coordinate reali

degli snodi del robot e delle parti dell'oggetto da assemblare

operatori??: mosse continue degli snodi del robot

test per il goal??: assemblaggio completo

costo di un cammino??: tempo per eseguire il tutto

8

Algoritmi di ricerca

Idea di base:

offline, esplorazione simulata dello spazio degli stati
generando successori di stati già esplorati
(cioè *espandendo* stati)

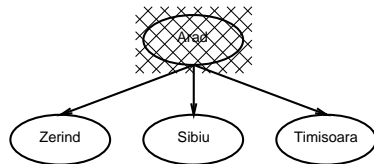
```
function GENERAL-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```

9

Esempio di ricerca

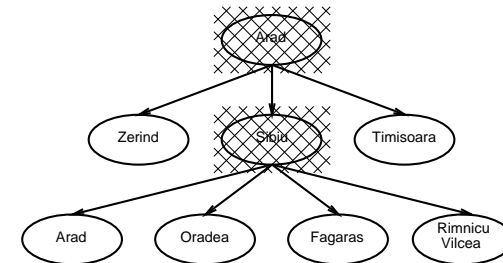
Arad

Esempio di ricerca



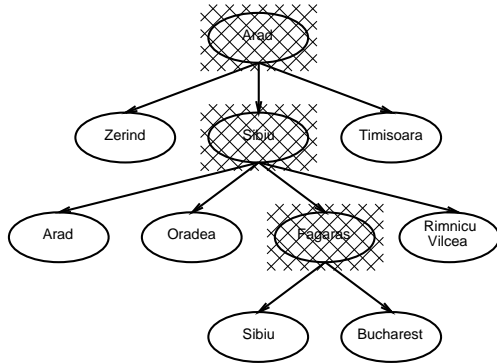
11

Esempio di ricerca



12

Esempio di ricerca



13

Implementazione degli algoritmi di ricerca

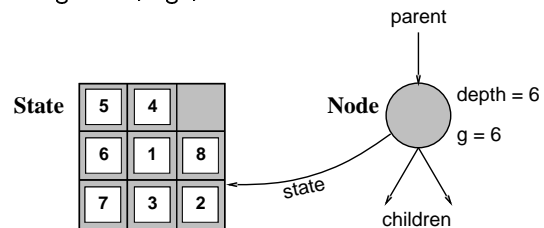
```

function GENERAL-SEARCH(problem, QUEUEING-FN) returns a solution, or failure
  nodes ← MAKE-QUEUE(MAKE-NODE(INITIAL-STATE[problem]))
  loop do
    if nodes is empty then return failure
    node ← REMOVE-FRONT(nodes)
    if GOAL-TEST[problem] applied to STATE(node) succeeds then return node
    nodes ← QUEUEING-FN(nodes, EXPAND(node, OPERATORS[problem]))
  end
  
```

14

Implementazione: stati vs. nodi

Uno *stato* è una rappresentazione di una configurazione fisica
 Un *nodo* è una struttura dati che fa parte di un albero di ricerca
 include *genitori*, *figli*, *profondità*, *costo del cammino* $g(x)$
Stati non hanno genitori, figli, ...



La funzione EXPAND crea nuovi nodi, riempiendo i vari campi e usando gli OPERATORS (o SUCCESSORFN) del problema per creare gli stati corrispondenti.

15

Strategie di ricerca

Una strategia è definita scegliendo un *ordine di espansione dei nodi*

Le strategie sono valutate secondo le seguenti dimensioni:

- completezza—trova sempre una soluzione se ne esiste una?
- complessità in tempo—numero di nodi generati/espansi
- complessità in spazio—massimo numero di nodi in memoria
- ottimalità—trova sempre una soluzione di costo minimo?

La complessità in spazio e tempo sono misurate in termini di

- b —massimo fattore di branching dell'albero di ricerca
- d —profondità della soluzione di costo minimo
- m —massima profondità dello spazio degli stati (può essere ∞)

16

Strategie di ricerca non informate

Le strategie *non informate* usano solo l'informazione disponibile nella definizione del problema

Ricerca breath-first

Ricerca con costo uniforme

Ricerca depth-first

Ricerca depth-limited

Ricerca iterative deepening

17

Ricerca breadth-first

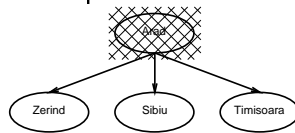
Espande sempre il nodo meno profondo



18

Ricerca breadth-first

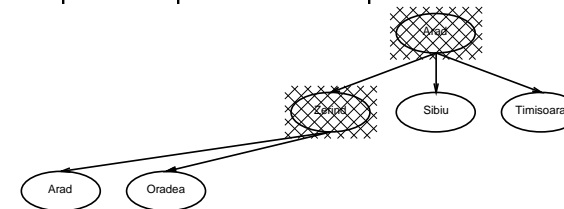
Espande sempre il nodo meno profondo



19

Ricerca breadth-first

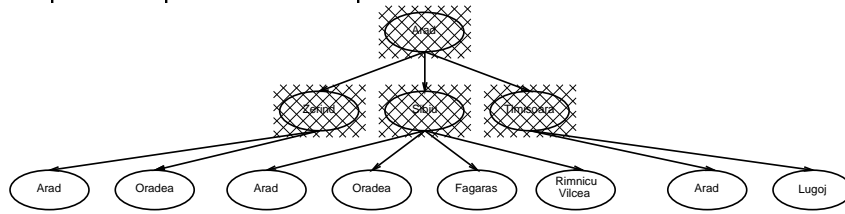
Espande sempre il nodo meno profondo



20

Ricerca breadth-first

Espande sempre il nodo meno profondo



21

Proprieta' della ricerca breadth-first

Completa?? Si (se b e' finito)

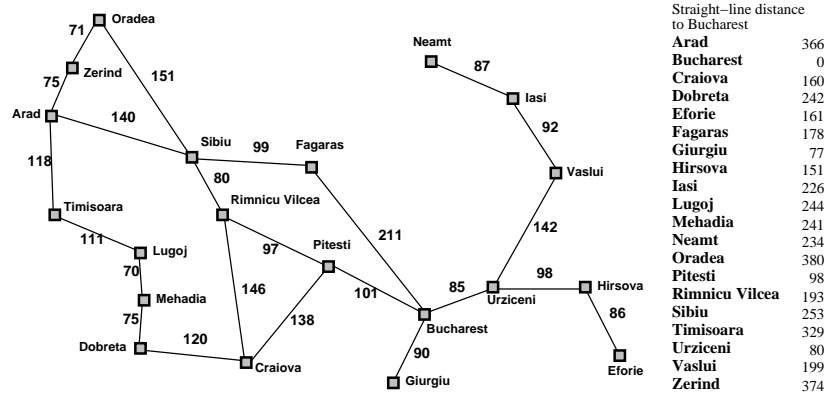
Tempo?? $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d = O(b^d)$, cioe' esponenziale in d

Spazio?? $O(b^d)$ (mantiene ogni nodo in memoria)

Ottima?? Si (se costo = 1. per passo); non ottima in generale

22

Romania con costo dei passi in Km



23

Ricerca a costo uniforme

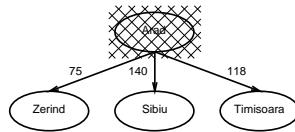
Espande il nodo con costo minimo



24

Ricerca a costo uniforme

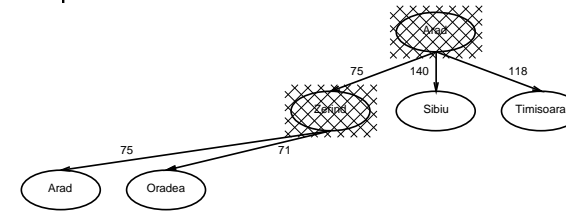
Espande il nodo con costo minimo



25

Ricerca a costo uniforme

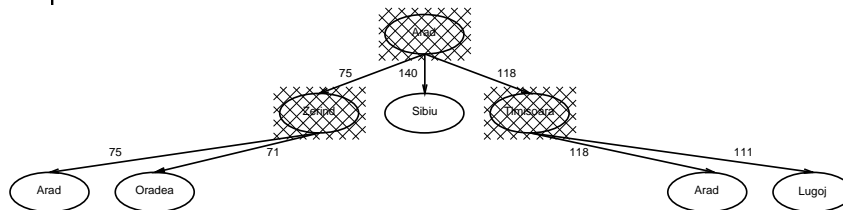
Espande il nodo con costo minimo



26

Ricerca a costo uniforme

Espande il nodo con costo minimo



27

Proprieta' della ricerca a costo uniforme

Completa?? Si, se costo di un passo $\geq \epsilon$

Tempo?? # di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

Spazio?? # di nodi con $g \leq$ costo della soluzione ottima

Ottima?? Si

28

Ricerca depth-first

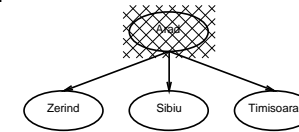
Espande il nodo piu' profondo



29

Ricerca depth-first

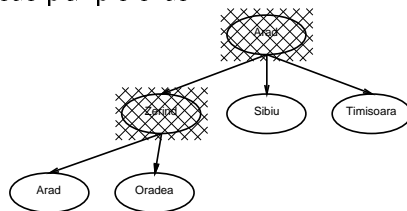
Espande il nodo piu' profondo



30

Ricerca depth-first

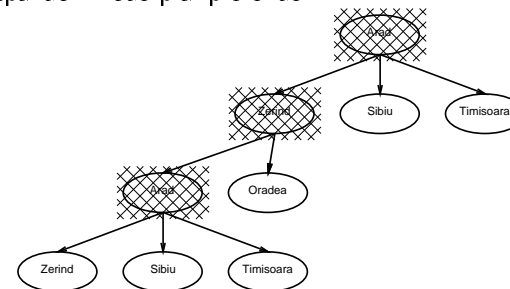
Espande il nodo piu' profondo



31

Ricerca depth-first

Espande il nodo piu' profondo



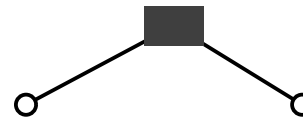
32

Nota: puo' avere dei cammini infiniti → ha bisogno di uno spazio di ricerca finito e non ciclico (o si deve controllare che gli stati non si ripetano)

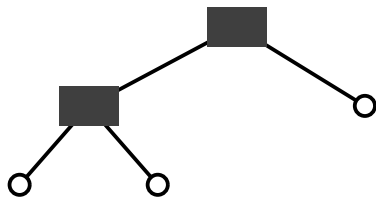
DFS su un albero binario di profondita' 3



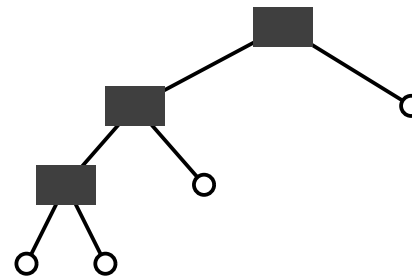
DFS su un albero binario di profondita' 3



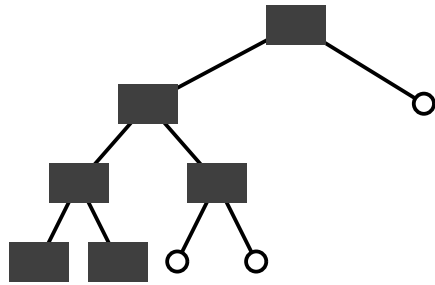
DFS su un albero binario di profondita' 3



DFS su un albero binario di profondita' 3

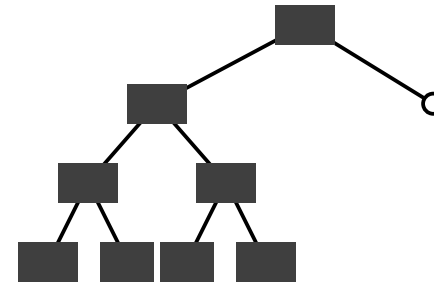


DFS su un albero binario di profondita' 3



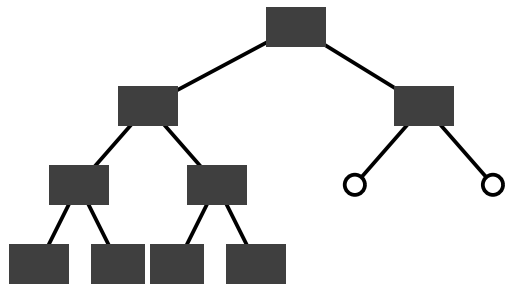
37

DFS su un albero binario di profondita' 3



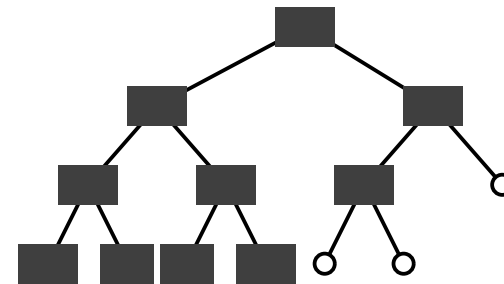
38

DFS su un albero binario di profondita' 3



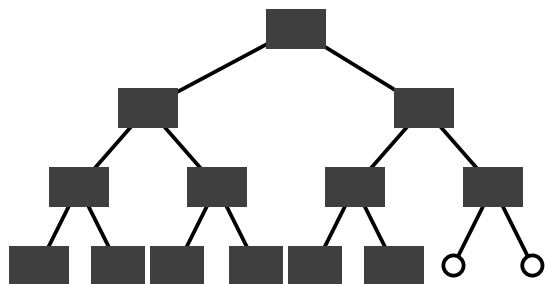
39

DFS su un albero binario di profondita' 3



40

DFS su un albero binario di profondita' 3



41

Proprieta' della ricerca depth-first

Completa?? No: fallisce in spazi di profondita' infinita' e spazi con cicli
Modifica per evitare stati ripetuti lungo i cammini
⇒ completa in spazi finiti

Tempo?? $O(b^m)$: terribile se m e' molto piu' grande di d
ma se le soluzioni sono dense, puo' essere molto piu' veloce della
ricerca breadth-first

Spazio?? $O(bm)$, cioe' lineare!

Ottima?? No

42

Ricerca depth-limited

= ricerca depth-first con profondita' limitata (a l)

Implementazione:

Nodi a profondita' l non hanno successori

Completa se $l \geq d$.

Non ottima.

Tempo: $O(b^l)$

Spazio: $O(b \times l)$

43

Ricerca iterative deepening

Prova tutti i possibili limiti di profondita'.

```
function ITERATIVE-DEEPENING-SEARCH(problem) returns a solution sequence
  inputs: problem, a problem
  for depth ← 0 to ∞ do
    result ← DEPTH-LIMITED-SEARCH(problem, depth)
    if result ≠ cutoff then return result
  end
```

44

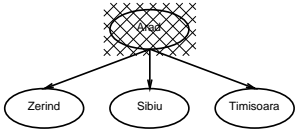
Ricerca iterative deepening con $l = 0$



Ricerca iterative deepening con $l = 1$



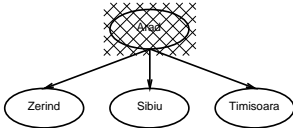
Ricerca iterative deepening con $l = 1$



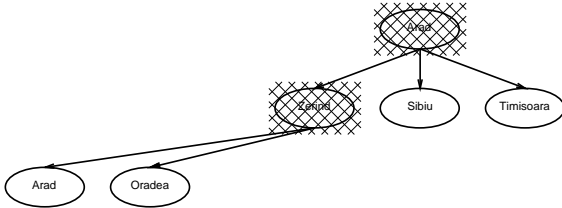
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



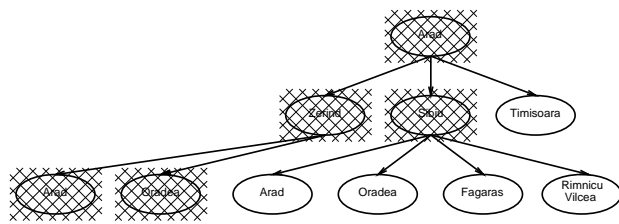
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



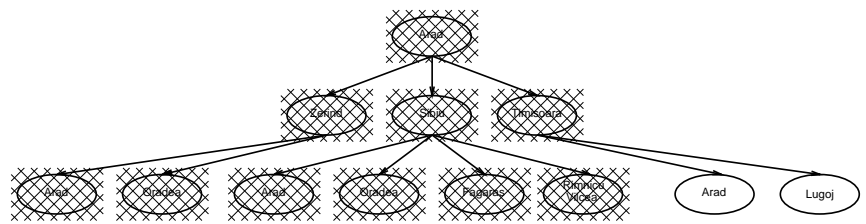
Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Ricerca iterative deepening con $l = 2$



Proprieta' della ricerca iterative deepening

Completa?? Si

Tempo?? $(d+1)b^0 + db^1 + (d-1)b^2 + \dots + b^d = O(b^d)$

Spazio?? $O(bd)$

Ottima?? Si, se il costo di un passo e' 1.

Puo' essere modificata per esplorare l'albero a costo uniforme

53

Confronto tra le strategie

Criterio	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Tempo	b^d	b^d	b^m	b^l	b^d
Spazio	b^d	b^d	bm	bl	bd
Ottima ?	si	si	no	no	si
Completa ?	si	si	no	si, se $l \geq d$	si

54

Stati ripetuti

In molti problemi è impossibile evitare stati che si ripetono

Es.: azioni reversibili (veci puzzle)

Questo problema si affronta di solito in 3 possibili modi:

- evitare di generare il nuovo nodo se e' uguale al nodo corrente (spazio: costante)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' uno degli avi (nel cammino dalla radice al nodo corrente) (spazio: $O(d)$)
- evitare di generare il nuovo nodo se e' stato gia' generato (spazio: $O(b^d)$, in realta' $O(s)$)

55

Sommario

La formulazione del problema di solito richiede un'astrazione dai dettagli del mondo reale per definire uno spazio degli stati che possa essere esplorato

Varie strategie di ricerca non-informate

La ricerca iterative deepening usa spazio solo lineare e non ha bisogno di molto piu' tempo delle altre strategie non informate

56