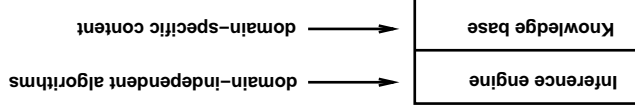


## Outline

- ◇ Agenti basati sulla conoscenza
- ◇ Il mondo dei Wumpus
- ◇ Logica in generale: modelli ed entailment
- ◇ Logica (Booleana) proposizionale
- ◇ Equivalenza, validità, soddisfacibilità
- ◇ Regole di inferenza e dimostrazione di teoremi
  - forward chaining
  - backward chaining
  - risoluzione

## Base di conoscenza (Knowledge base)



## AGENTI LOGICI

### CAPITOLO 7

Base di conoscenza = insieme di **sentenze** in un linguaggio **formale**

Approccio **dictharativo** per la costruzione di un agente (o altro sistema):  
 DIRB (TELL) ad esso quello che ha bisogno di sapere

Quindi esso può CHIEDERRE (ASK) a se stesso cosa fare—le risposte dovreb-  
 bero seguire dalla base di conoscenza (KB)

Cli agenti possono essere descritti al **livello della conoscenza**  
 cioè per quello che essi sanno, indipendentemente dall'implementazione  
 o a **livello implementativo**  
 cioè considerando le strutture dati nella KB e gli algoritmi che la  
 manipolano

```
function KB-AGENT(percept) returns an action
  static: KB, a knowledge base
  l, a counter, initially 0, indicating time
  TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, l))
  action ← ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(l))
  TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, l))
  l ← l + 1
  return action
```

## Un semplice agente basato sulla conoscenza

L'agente deve essere capace di:

- Rappresentare stati, azioni, etc.
- Incorporare nuove percezioni
- Aggiornare le rappresentazioni interne del mondo (ambiente)
- Decidere proprietà nascoste del mondo
- Decidere le azioni appropriate da intraprendere

## Il mondo dei Wumpus: descrizione PEAS

Misura di prestazione

oro +1000, morte -1000,

-1 per ogni spostamento, -10 per l'uso della freccia

**Ambiente**

Quadrati adiacenti ad un wumpus puzzano (stench)

Quadrati adiacenti ad una trappola (pit) sono ventilate

Lucchetto (glitter) se e solo se l'oro è nello stesso quadrato

La freccia uccide il wumpus solo se l'agente è posto di fronte

La freccia può essere usata una sola volta

L'agente può prendere l'oro solo se si trova nello stesso quadrato

L'agente può lasciar cadere l'oro nel quadrato dove si trova

**Sensori** brezza, lucchetto, puzza

**Attuatori** spostamento a sinistra, spostamento a destra, avanti, prendi, lascia, lancia freccia

				1
				2
				3
				4

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

**Osservabile??** No—solo percezioni locali

**Deterministico??**

**Episodico??**

**Deterministico??** Si—risultati delle azioni esattamente specificati

**Osservabile??** No—solo percezioni locali

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

**Osservabile??**

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Ossevabile?? No—solo percezioni locali

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico??

Discreto??

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Ossevabile?? No—solo percezioni locali

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Ossevabile?? No—solo percezioni locali

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

Discreto?? Si

Agente Singolo??

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Ossevabile?? No—solo percezioni locali

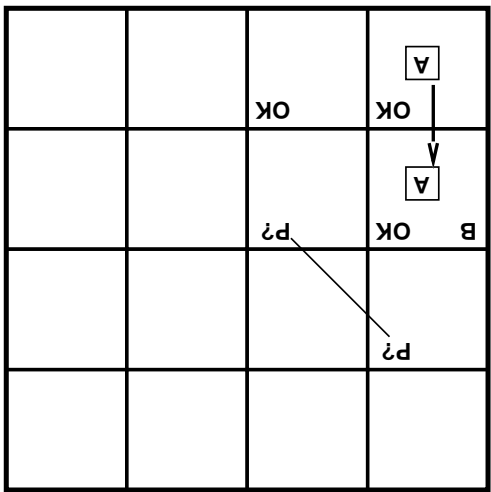
Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

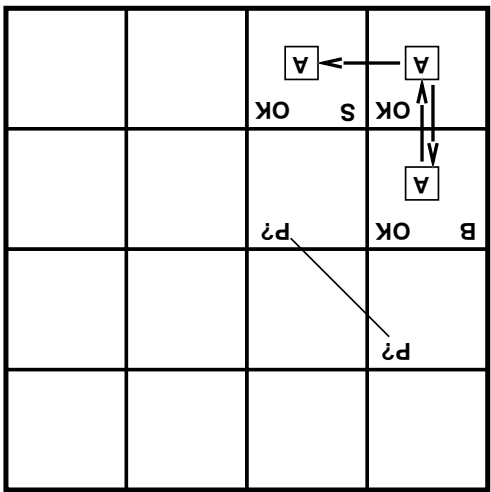
Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

Discreto?? Si

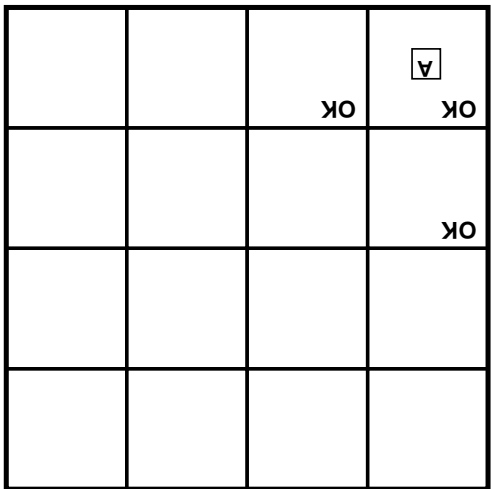
Agente Singolo?? Si—Wumpus fa parte dell'ambiente



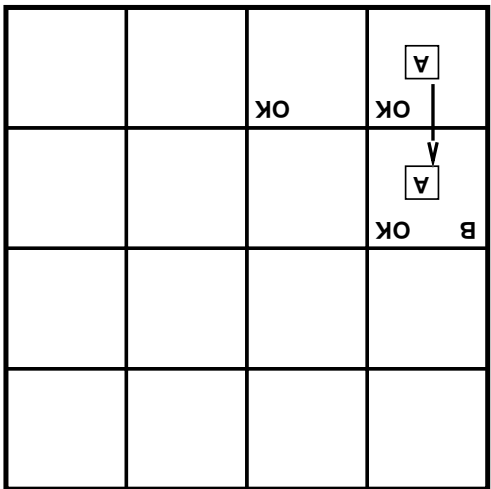
Esplorando il mondo dei wumpus



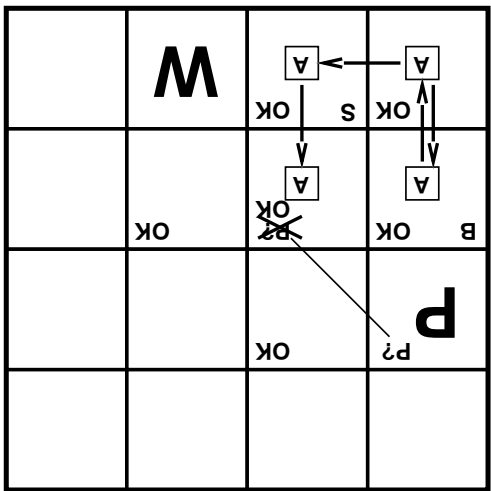
Esplorando il mondo dei wumpus



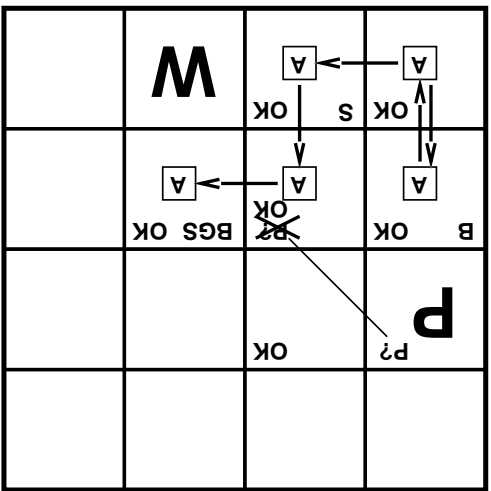
Esplorando il mondo dei wumpus



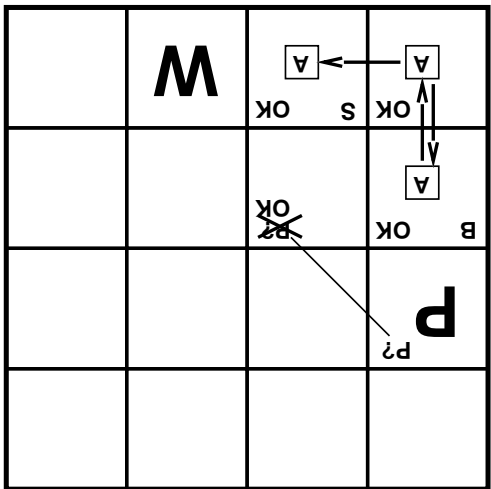
Esplorando il mondo dei wumpus



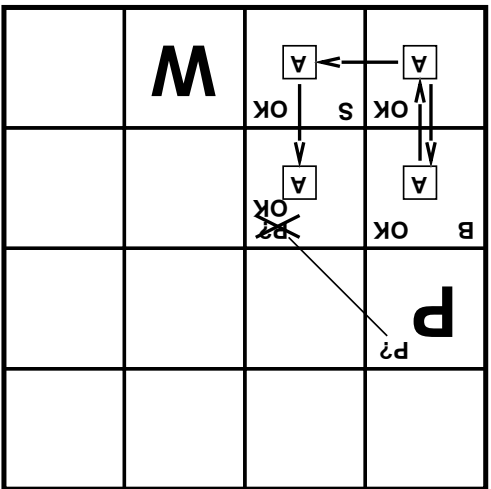
Esplorando il mondo dei wumpus



Esplorando il mondo dei wumpus



Esplorando il mondo dei wumpus

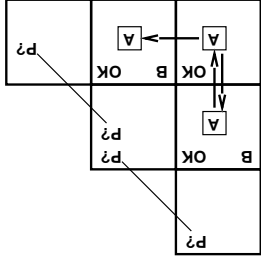


Esplorando il mondo dei wumpus

## Altre situazioni critiche

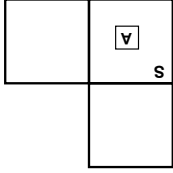
Brezza in (1,2) e (2,1)  $\Rightarrow$  azioni non sicure

Assumendo le trappole uniformemente distribuite,  
(2,2) contiene una trappola con prob 0.86, contro 0.31 per (1,2) e (2,1)



Puizza in (1,1)  $\Rightarrow$  non si può muovere  
Si può usare una strategia di **coercizione**:

lancia la freccia ci fronte  
wumpus presente  $\Rightarrow$  morto  $\Rightarrow$  sicuro  
wumpus assente  $\Rightarrow$  sicuro



## Entailment

**Entailment** significa che una sentenza *segue da* un'altra (consegue):

$$KB \models \alpha$$

La base di conoscenza  $KB$  implica la sentenza  $\alpha$  se e solo se  $\alpha$  è vera in tutti i mondi dove  $KB$  è vera

Per esempio, la  $KB$  contenente "l'INTER ha vinto" e "il MILAN ha vinto" ne consegue che "ha vinto l'INTER o ha vinto il MILAN"

Per esempio,  $x + y = 4$  implica  $4 = x + y$

L'implicazione è una relazione tra sentenze (cioè, *sintassi*) che è basata sulla *semantica*

## Logica in generale

Le **logiche** sono linguaggi formali per rappresentare l'informazione in modo tale che si possano trarre delle conclusioni!

La **sintassi** definisce le sentenze che appartengono al linguaggio

La **semantica** definisce il "significato" delle sentenze, cioè, definisce il **valore di verità** di una sentenza in un dato mondo

Per esempio, nel linguaggio dell'aritmetica

$x + 2 \geq y$  è una sentenza,  $x + 2 + y >$  non è una sentenza

$x + 2 \geq y$  è vera se e solo se il numero  $x + 2$  non è minore del numero  $y$

$x + 2 \geq y$  è vera in un mondo dove  $x = 7, y = 1$

$x + 2 \geq y$  è falsa in un mondo dove  $x = 0, y = 6$

## Modelli

I logici tipicamente pensano in termini di **modelli**, che formalmente sono mondi strutturati rispetto ai quali si può valutare la verità

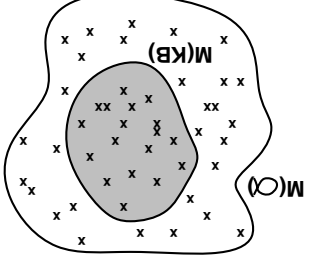
Diciamo che  $m$  è un **modello** di una sentenza  $\alpha$  se  $\alpha$  è vera in  $m$

$M(\alpha)$  è l'insieme di tutti i modelli di  $\alpha$

Allora  $KB \models \alpha$  se e solo se  $M(KB) \subseteq M(\alpha)$

Per esempio,  $KB = \{ \text{l'INTER ha vinto e il MILAN ha vinto} \}$

$\alpha = \{ \text{l'INTER ha vinto} \}$

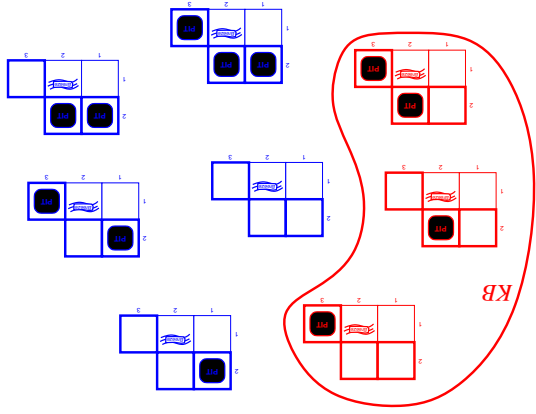


### Entailment nel mondo dei wumpus

		?	?
		A	B

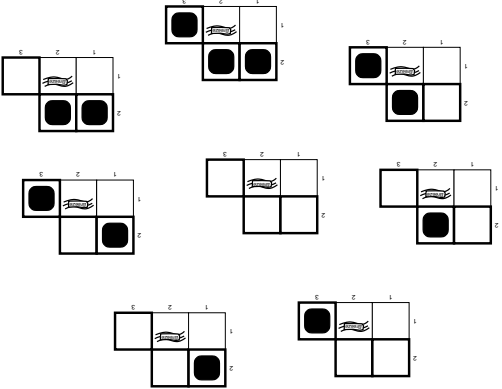
Situazione dopo aver riconosciuto che non c'è nulla in [1,1], spostamento a destra, brezza in [2,1].  
 Consideriamo modelli possibili per i "?"  
 assumendo solo trappole  
 3 scelte Booleane  $\Rightarrow$  8 possibili modelli

$KB$  = regole del mondo dei wumpus + osservazioni!

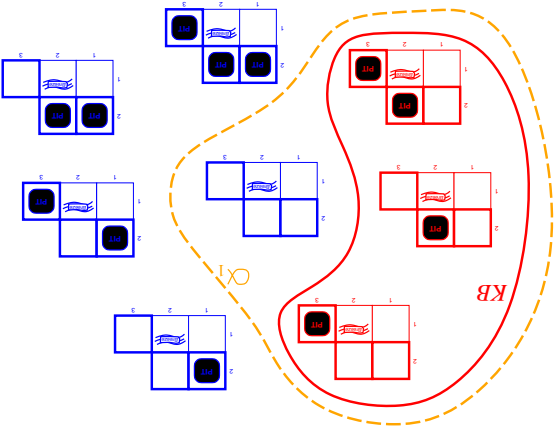


### Modelli per il mondo dei wumpus

### Modelli per il mondo dei wumpus

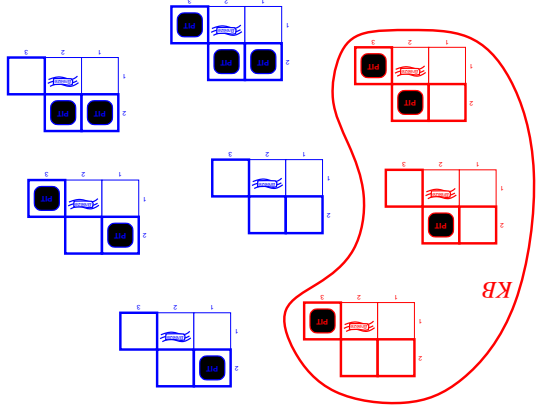


$KB$  = regole del mondo dei wumpus + osservazioni!  
 $\alpha_1 = \llbracket 1,2 \rrbracket$  è sicuro",  $KB \models \alpha_1$ , provato via model checking (test sui modelli)



### Modelli per il mondo dei wumpus

## Modelli per il mondo dei wumpus



$KB$  = regole del mondo dei wumpus + osservazioni!

## Inferenza

$KB \models \alpha$  = la sentenza  $\alpha$  può essere derivata da  $KB$  per mezzo della procedura ?

Le conseguenze di  $KB$  costituiscono un "pagliaio",  $\alpha$  è un "ago".  
Entailment = "ago nel pagliaio", inferenza = trovarlo

**Correttezza (Soundness):** ? è corretta se

ogni volta che  $KB \models \alpha$ , è anche vero che  $KB \models \alpha$

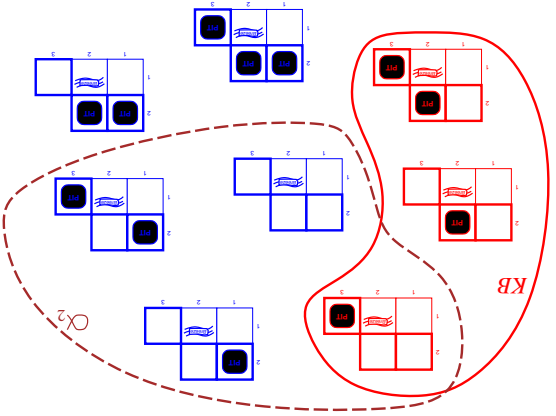
**Completezza (Completeness):** ? è completa se

ogni volta che  $KB \models \alpha$ , è anche vero che  $KB \models \alpha$

Anticipazione: definiremo una logica (logica del primo ordine) che è abbastanza espressiva da essere in grado di esprimere quasi tutto ciò che interessa, e per cui esiste una procedura di inferenza corretta e completa.

In sintesi, la procedura risponde a tutte le domande la cui risposta segue da ciò che è conosciuto dalla  $KB$ .

## Modelli per il mondo dei wumpus



$KB$  = regole del mondo dei wumpus + osservazioni!  
 $\alpha_2$  = "[2,2] è sicuro",  $KB \not\models \alpha_2$

## Logica Proposizionale: Sintassi

La logica proposizionale è la più semplice—illustra idee di base  
I simboli proposizionali  $P_1, P_2$  etc costituiscono sentenze

Se  $S$  è una sentenza,  $\neg S$  è una sentenza (**negazione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \wedge S_2$  è una sentenza (**congiunzione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \vee S_2$  è una sentenza (**disgiunzione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \Rightarrow S_2$  è una sentenza (**implicazione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \Leftrightarrow S_2$  è una sentenza (**bicondizionale**)



## Logica Proposizionale: Semantica

Ogni modello specifica il valore di verità (vero/falso) per ogni simbolo proposizionale

P.e.  $F_{1,2}$   $F_{2,2}$   $F_{3,1}$   
vero vero falso

(Con questi simboli, 8 possibili modelli possono essere enumerati automaticamente.)

Regole per valutare la verità rispetto ad un modello  $m$ :

$\neg S$  è vero sse  $S$  è falso  
 $S_1 \wedge S_2$  è vero sse  $S_1$  è vero **and**  $S_2$  è vero  
 $S_1 \vee S_2$  è vero sse  $S_1$  è vero **or**  $S_2$  è vero  
 $S_1 \Rightarrow S_2$  è vero sse  $S_1$  è falso **or**  $S_2$  è vero  
 cioè, è falso sse  $S_1$  è vero **and**  $S_2$  è falso  
 $S_1 \Leftrightarrow S_2$  è vero sse  $S_1 \Rightarrow S_2$  è vero **and**  $S_2 \Rightarrow S_1$  è vero

Un semplice processo ricorsivo valuta una sentenza arbitraria, p.e.,  
 $\neg F_{1,2} \wedge (F_{2,2} \vee F_{3,1}) = \text{vero} \wedge (\text{falso} \vee \text{vero}) = \text{vero} \wedge \text{vero} = \text{vero}$

“Le trappole causano brezze in quadrati adiacenti”

$\neg R_{1,1}$   
 $\neg B_{1,1}$   
 $B_{2,1}$

Poniamo  $F_{ij}$  essere vero se c'è una trappola in  $[i, j]$ .  
 Poniamo  $B_{ij}$  essere vero se c'è brezza in  $[i, j]$ .

## Tabelle di verità per i connettivi

$P$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
falso	vero	falso	falso	falso	falso
falso	vero	vero	falso	vero	falso
falso	falso	falso	vero	falso	falso
vero	falso	falso	falso	vero	falso
vero	vero	falso	vero	vero	vero
vero	vero	vero	vero	vero	vero

## Sentenze nel mondo dei wumpus

Poniamo  $R_{ij}$  essere vero se c'è una trappola in  $[i, j]$ .  
 Poniamo  $B_{ij}$  essere vero se c'è brezza in  $[i, j]$ .

$\neg R_{1,1}$   
 $\neg B_{1,1}$   
 $B_{2,1}$

“Le trappole causano brezze in quadrati adiacenti”

$B_{1,1} \Leftrightarrow (R_{1,2} \vee R_{2,1})$   
 $B_{2,1} \Leftrightarrow (R_{1,1} \vee R_{2,2} \vee R_{3,1})$

“Un quadrato ha brezza **se e solo se** c'è una trappola adiacente”



## Metodi di prova

I metodi di prova si suddividono in (approssimativamente) due tipologie:

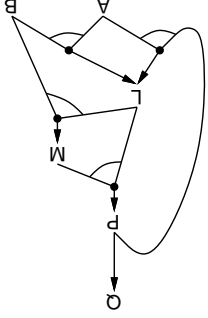
### Applicazione di regole di inferenza

- Generazione (corretta) di nuove sentenze a partire da vecchie sentenze
- Prova = una sequenza di applicazione di regole di inferenza
- Può utilizzare regole di inferenza come operatori in un algoritmo standard di ricerca
- Tipicamente richiede la rappresentazione delle sentenze in una forma normale

### Model checking

enumerazione della tabella di verità (sempre esponenziale in  $n$ )  
 backtracking migliorato, p.e., Davis-Putnam-Logemann-Loveland  
 ricerca euristica nello spazio dei modelli (corretta ma incompleta)  
 p.e., algoritmi hill-climbing basati sulla minimizzazione dei conflitti

$P \Rightarrow Q$   
 $L \vee M \Rightarrow P$   
 $B \vee L \Rightarrow M$   
 $A \vee P \Rightarrow L$   
 $A \vee B \Rightarrow L$   
 $A$   
 $B$



Idea: applicare ogni regola le cui premesse sono soddisfatte in  $KB$ ,  
 aggungere le conclusioni a  $KB$ , fino a quando non si trova la query

## Forward chaining

## Forward e backward chaining

Forma di Horn (ristretta)

$KB =$  congiunzione di *Clausole di Horn*

Clausola di Horn =

- ◇ simbolo proposizionale, o
  - ◇ (congiunzione di simboli)  $\Rightarrow$  simbolo
- $P \text{ e }, C \vee (B \Rightarrow A) \vee (C \vee D \Rightarrow B)$

**Modus Ponens** (per la Forma di Horn): completato per basi di conoscenza in forma di Horn

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta}{\alpha_1 \vee \dots \vee \alpha_n \Rightarrow \beta}$$

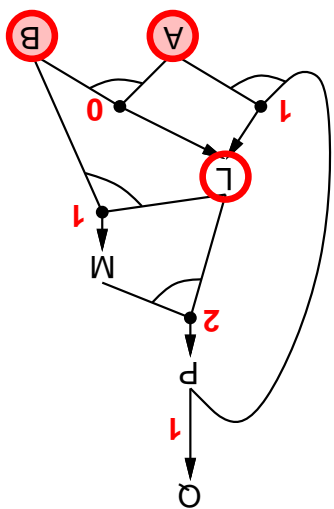
Può essere usato con **forward chaining** o **backward chaining**:

Questi algoritmi sono molto immediati e hanno complessità **lineare** in tempo

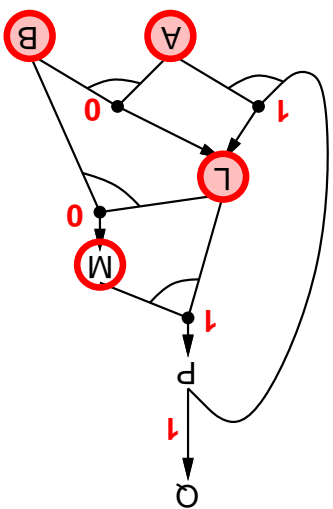
## Algoritmo di Forward chaining

```

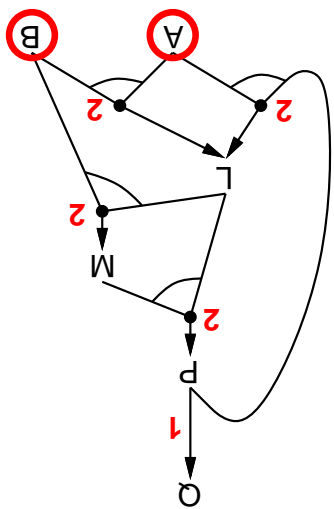
function PL-FC-ENTAILS?(KB, q) returns true or false
    agenda, a list of symbols, initially the symbols known to be true
    inferred, a table, indexed by symbol, each entry initially false
    local variables: count, a table, indexed by clause, initially the number of premises
    while agenda is not empty do
        p ← POP(agenda)
        unless inferred[p] do
            inferred[p] ← true
            for each Horn clause c in whose premise p appears do
                decrement count[c]
                if count[c] = 0 then do
                    if HEAD[c] = q then return true
        PUSH(HEAD[c], agenda)
    return false
    
```



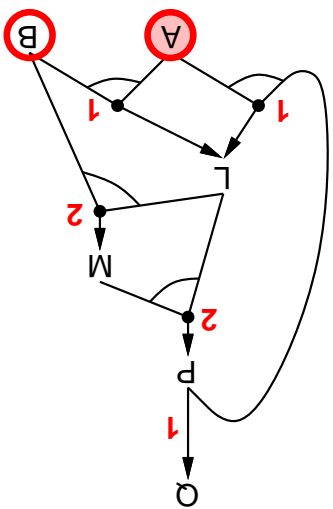
Esempio di Forward chaining



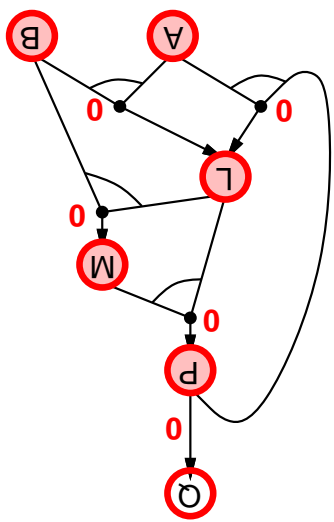
Esempio di Forward chaining



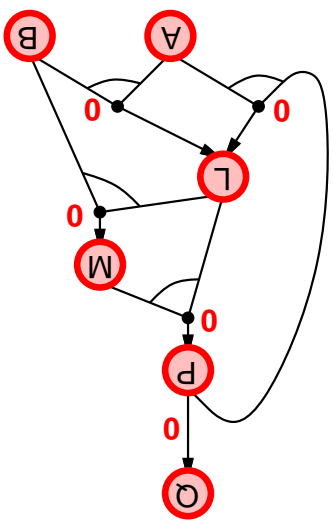
Esempio di Forward chaining



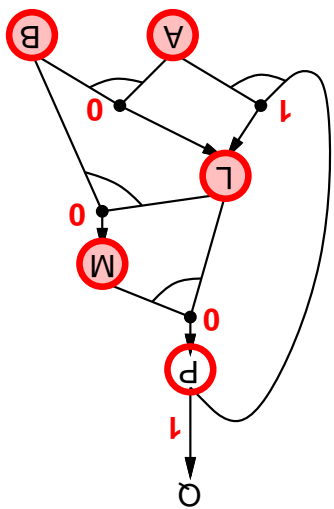
Esempio di Forward chaining



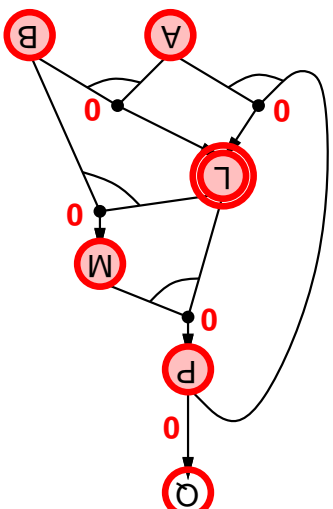
Esempio di Forward chaining



Esempio di Forward chaining



Esempio di Forward chaining



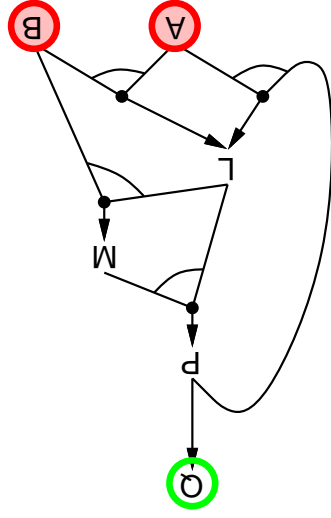
Esempio di Forward chaining

## Prova di completezza

- FC deriva ogni sentenza atomica che è conseguenza di  $KB$
1. FC raggiunge un punto **fisso** dove nessuna nuova sentenza atomica è derivata
  2. Si consideri lo stato finale come un modello  $m$ , assegnando vero/falso ai simboli
  3. Ogni clausola nella  $KB$  originale è vera in  $m$   
*Prova:* Si supponga che una clausola  $a_1 \wedge \dots \wedge a_k \Rightarrow b$  sia falsa in  $m$   
 Allora  $a_1 \wedge \dots \wedge a_k$  è vera in  $m$  e  $b$  è falsa in  $m$   
 Perciò l'algoritmo non ha raggiunto un punto fisso!
  4. Quindi  $m$  è un modello per  $KB$
  5. Se  $KB \models q$ ,  $q$  è vera in *ogni* modello di  $KB$ , incluso  $m$

Capitolo 7

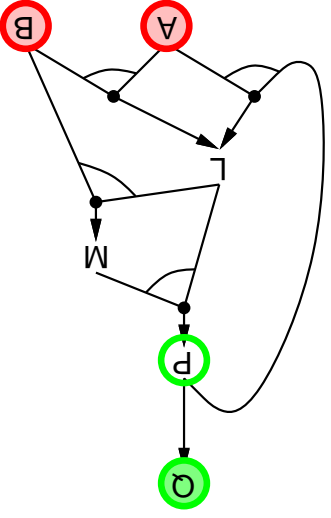
53



## Esempio di Backward chaining

Capitolo 7

55



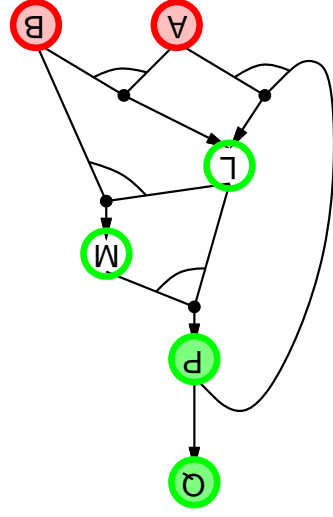
## Esempio di Backward chaining

Capitolo 7

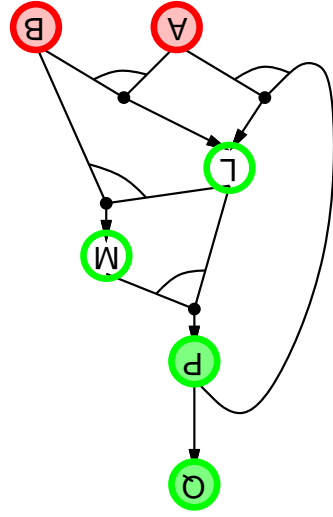
54

## Backward chaining

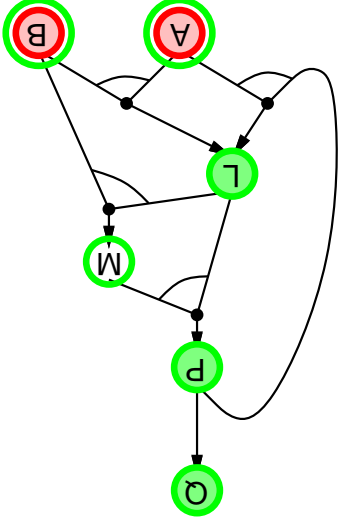
- Idea: si lavora all'indietro (backwards) a partire dalla query  $q$ :  
 per provare  $q$  per mezzo di BC,  
 controlla se  $q$  è già conosciuta, o  
 prova tramite BC tutte le premesse di una regola che deriva  $q$
- Evitare cicli: controlla se un nuovo sottogoal è già presente nella pila dei goal
- Evitare di ripetere del lavoro: controlla se un nuovo sottogoal
- 1) è stato già provato vero, o
  - 2) è già fallito



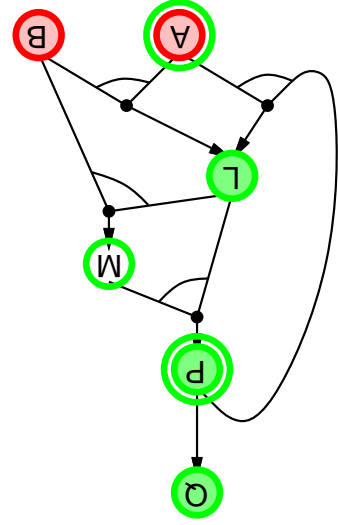
Esempio di Backward chaining



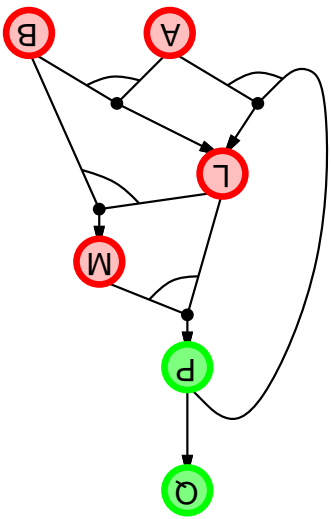
Esempio di Backward chaining



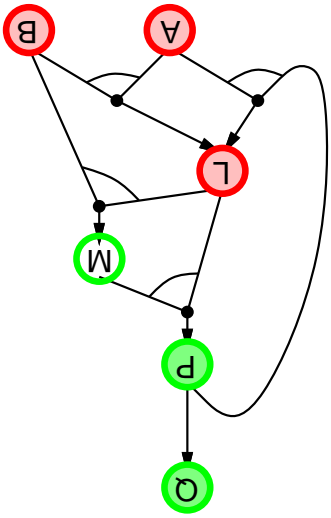
Esempio di Backward chaining



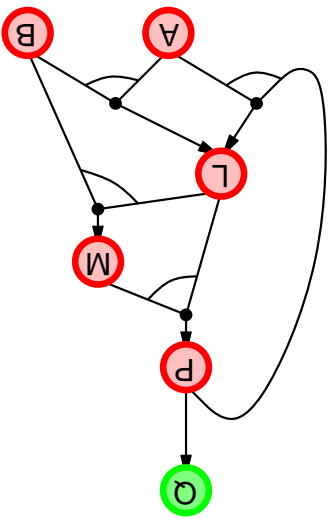
Esempio di Backward chaining



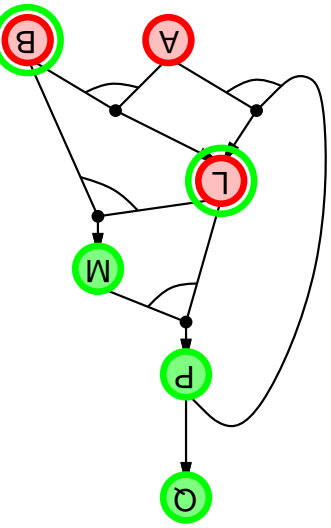
Esempio di Backward chaining



Esempio di Backward chaining



Esempio di Backward chaining



Esempio di Backward chaining





## Algoritmo di Risoluzione

Prova per contraddizione, cioè, mostra che  $KB \wedge \neg \alpha$  è insoddisfacibile

```

function PL-RESOLUTION( $KB, \alpha$ ) returns true or false
   $clauses \leftarrow$  the set of clauses in the CNF representation of  $KB \wedge \neg \alpha$ 
   $new \leftarrow \{ \}$ 
  loop do
    for each  $C_i, C_j$  in  $clauses$  do
       $resolvents \leftarrow$  PL-RESOLVE( $C_i, C_j$ )
      if  $resolvents$  contains the empty clause then return true
       $new \leftarrow new \cup resolvents$ 
    if  $new \subseteq clauses$  then return false
   $clauses \leftarrow clauses \cup new$ 
  
```

## Riassunto

Gli agenti logici applicano l'inferenza ad una base di conoscenza per derivare nuova informazione e prendere decisioni

Concetti base della logica:

- sintassi: struttura formale di **sentenze**
- **semantica**: verità di sentenze rispetto a **modelli**
- **entailment**: verità necessaria di una sentenza data un'altra
- **inferenza**: derivazione di sentenze a partire da altre sentenze
- **correttezza**: le derivazioni producono solo sentenze conseguenti
- **completezza**: le derivazioni producono tutte le sentenze conseguenti

Il mondo dei Wumpus world richiede la capacità di rappresentare informazioni parziali e negata, ragionamento per casi, etc.

Forward e Backward chaining sono lineari, e completi per clausole di Horn

La logica proposizionale manca di potere espressivo

## Esempio di Risoluzione

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1} \wedge \neg P_{1,2}$$

