

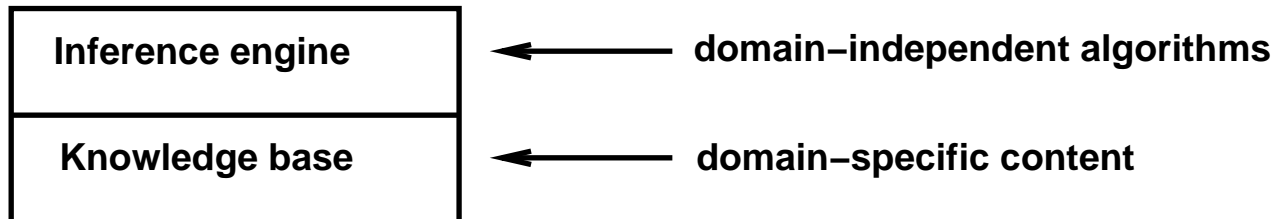
# AGENTI LOGICI

## CAPITOLO 7

# Outline

- ◇ Agenti basati sulla conoscenza
- ◇ Il mondo dei Wumpus
- ◇ Logica in generale: modelli ed entailment
- ◇ Logica (Booleana) proposizionale
- ◇ Equivalenza, validità, soddisfacibilità
- ◇ Regole di inferenza e dimostrazione di teoremi
  - forward chaining
  - backward chaining
  - risoluzione

# Base di conoscenza (Knowledge base)



Base di conoscenza = insieme di **sentenze** in un linguaggio **formale**

Approccio **dichiarativo** per la costruzione di un agente (o altro sistema):

DIRE (TELL) ad esso quello che ha bisogno di sapere

Quindi esso può CHIEDERE (ASK) a se stesso cosa fare—le risposte dovrebbero seguire dalla base di conoscenza (KB)

Gli agenti possono essere descritti al **livello della conoscenza**

cioè per quello che essi sanno, indipendentemente dall'implementazione

o a **livello implementativo**

cioè considerando le strutture dati nella KB e gli algoritmi che la manipolano

## Un semplice agente basato sulla conoscenza

```
function KB-AGENT(percept) returns an action  
  static: KB, a knowledge base  
           t, a counter, initially 0, indicating time  
  
  TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))  
  action ← ASK(KB, MAKE-ACTION-QUERY(t))  
  TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))  
  t ← t + 1  
  return action
```

L'agente deve essere capace di:

Rappresentare stati, azioni, etc.

Incorporare nuove percezioni

Aggiornare le rappresentazioni interne del mondo (ambiente)

Dedurre proprietà nascoste del mondo

Dedurre le azioni appropriate da intraprendere

# Il mondo dei Wumpus: descrizione PEAS

## Misura di prestazione

oro +1000, morte -1000,

-1 per ogni spostamento, -10 per l'uso della freccia

## Ambiente

Quadrati adiacenti ad un wumpus puzzano (stench)

Quadrati adiacenti ad una trappola (pit) sono ventilate

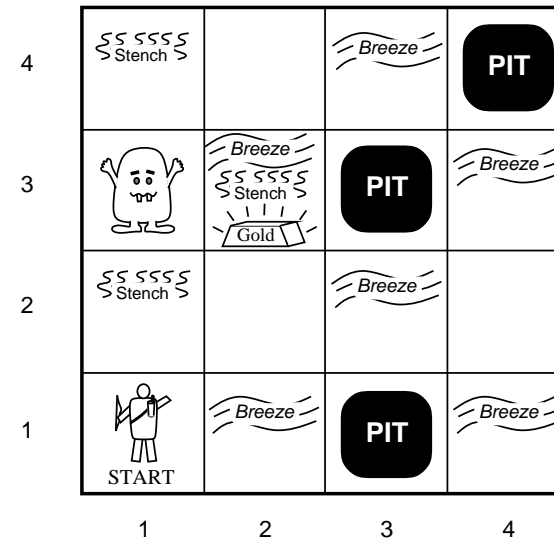
Luccichio (glitter) se e solo se l'oro è nello stesso quadrato

La freccia uccide il wumpus solo se l'agente è posto di fronte

La freccia può essere usata una sola volta

L'agente può prendere l'oro solo se si trova nello stesso quadrato

L'agente può lasciar cadere l'oro nel quadrato dove si trova



**Sensori** brezza, luccichio, puzza

**Attuatori** spostamento a sinistra, spostamento a destra,  
avanti, prendi, lascia, lancia freccia

# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile??

# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni locali

Deterministico??

# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni **locali**

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico??



# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni **locali**

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico??

# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni **locali**

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

Discreto??

# Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni **locali**

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

Discreto?? Si

Agente Singolo??

## Caratterizzazione del mondo dei Wumpus

Osservabile?? No—solo percezioni **locali**

Deterministico?? Si—risultati delle azioni esattamente specificati

Episodico?? No—sequenziale al livello delle azioni

Statico?? Si—Wumpus e trappole non si muovono

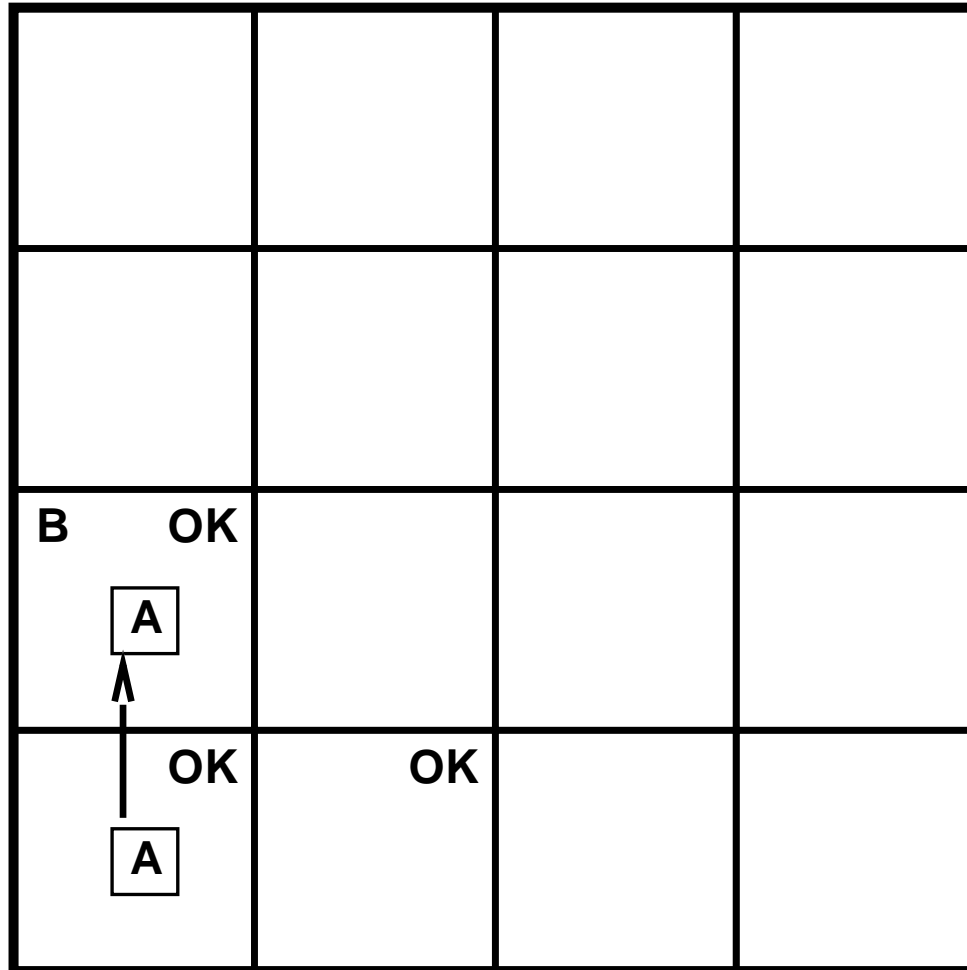
Discreto?? Si

Agente Singolo?? Si—Wumpus fa parte dell'ambiente

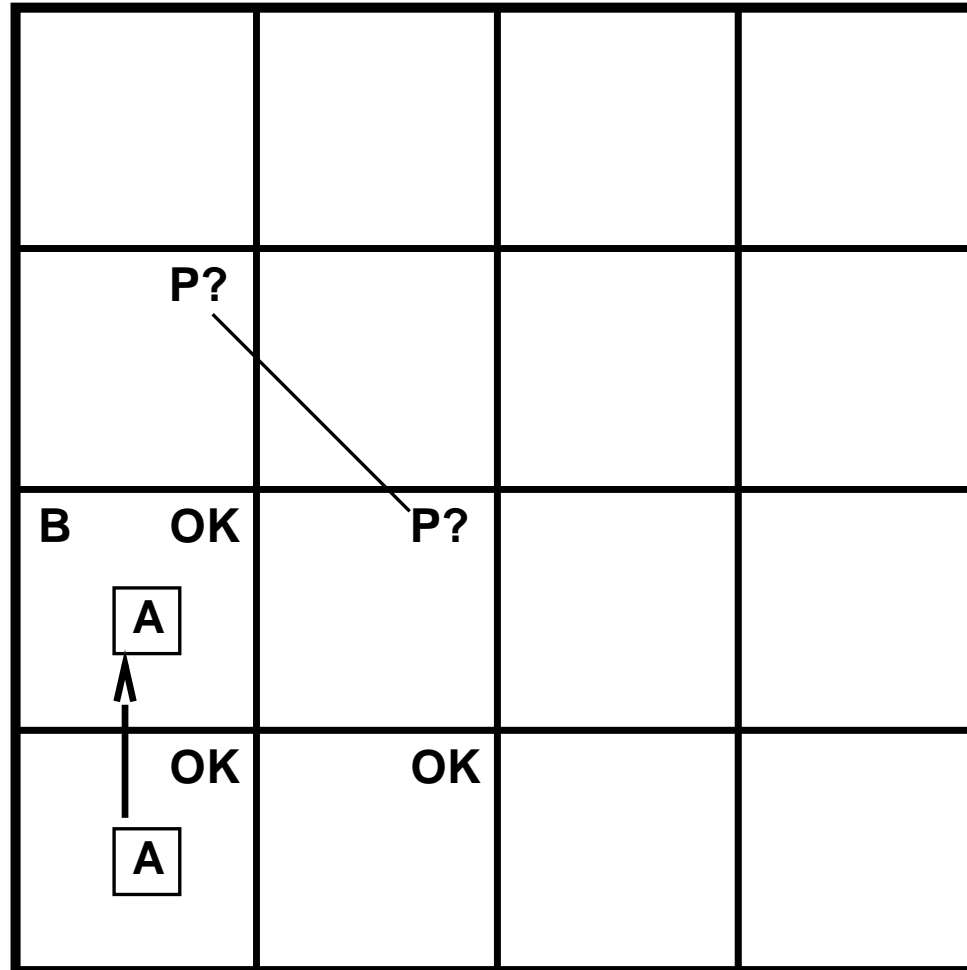
# Esplorando il mondo dei wumpus

OK			
OK <input type="checkbox"/> A	OK		

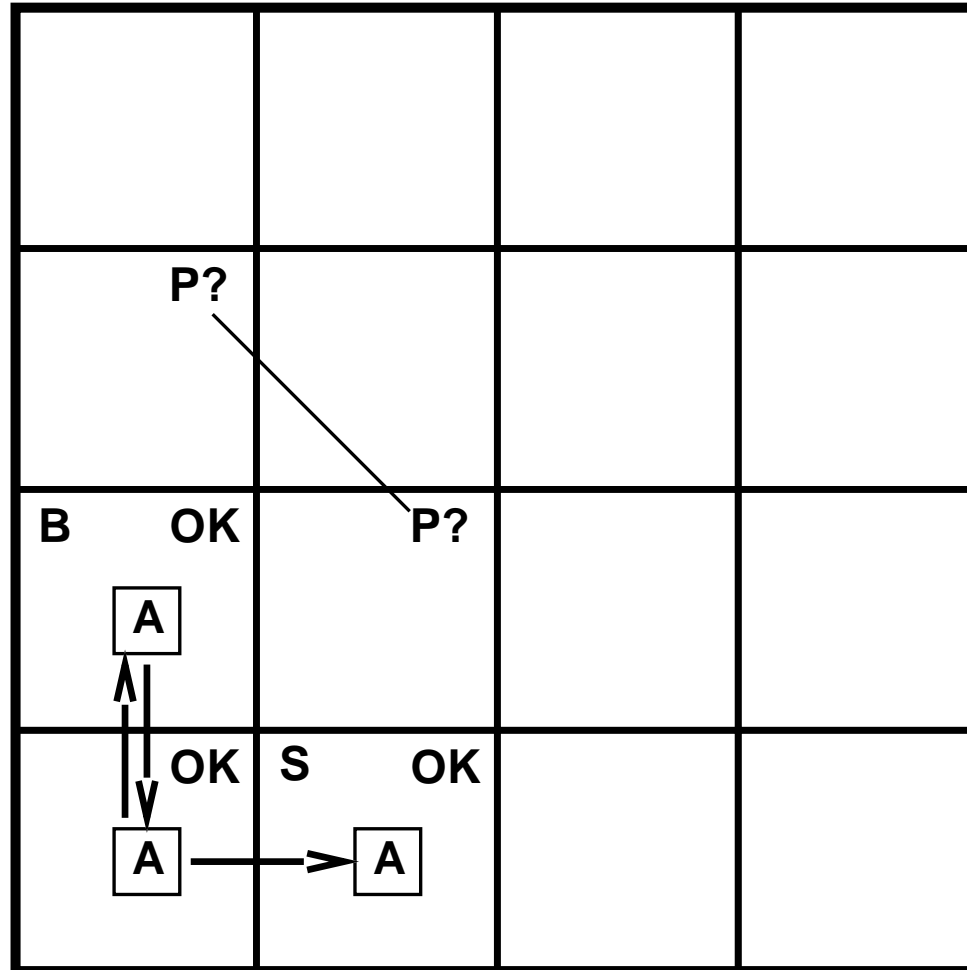
# Esplorando il mondo dei wumpus



# Esplorando il mondo dei wumpus

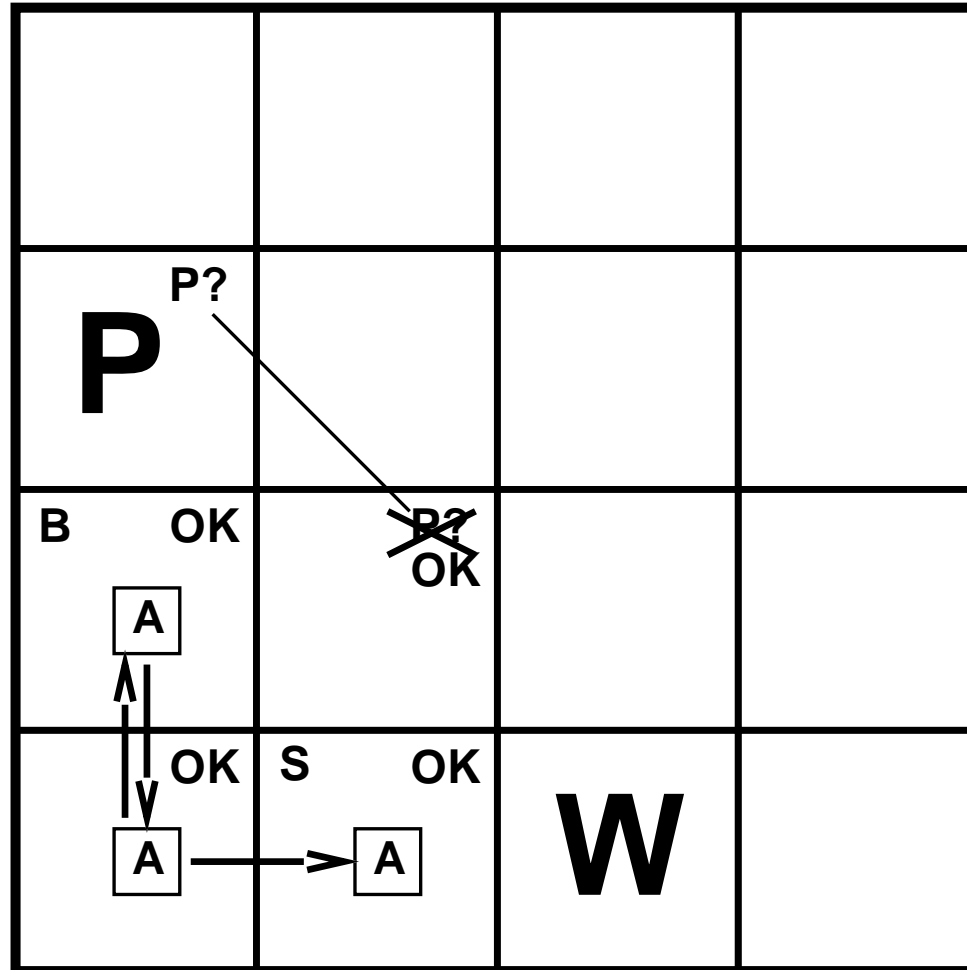


# Esplorando il mondo dei wumpus

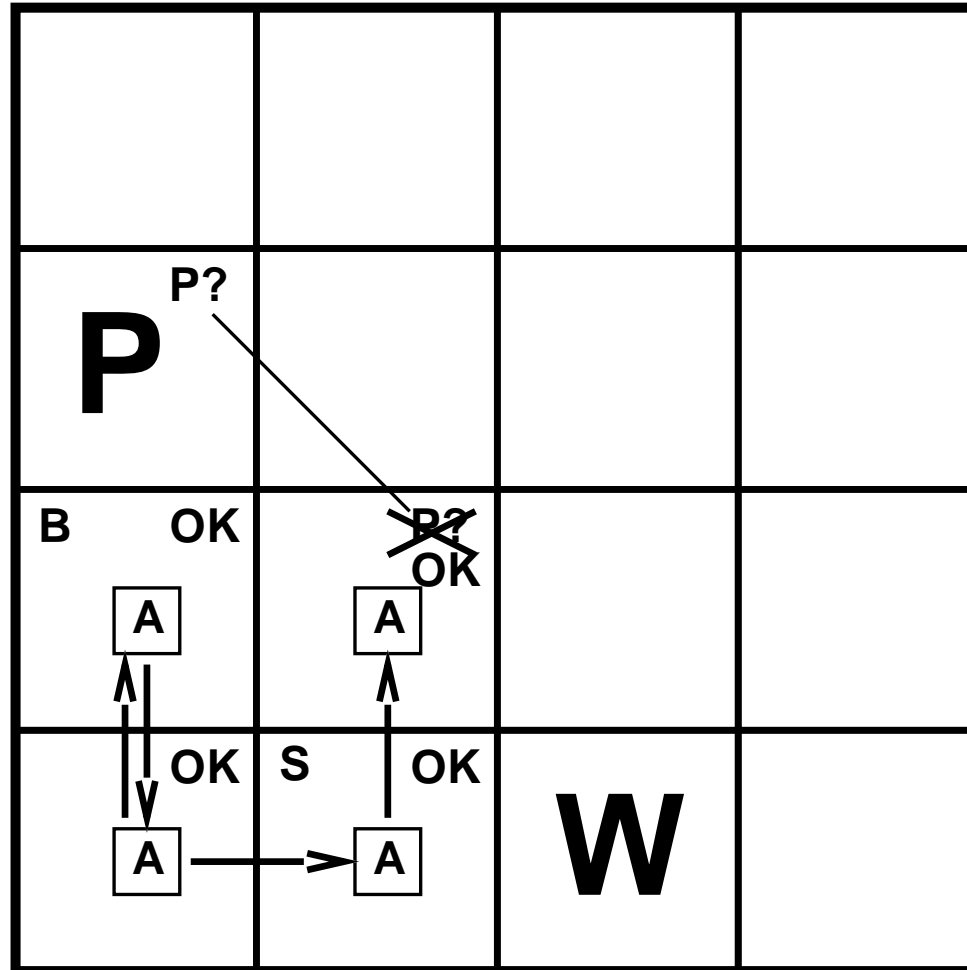




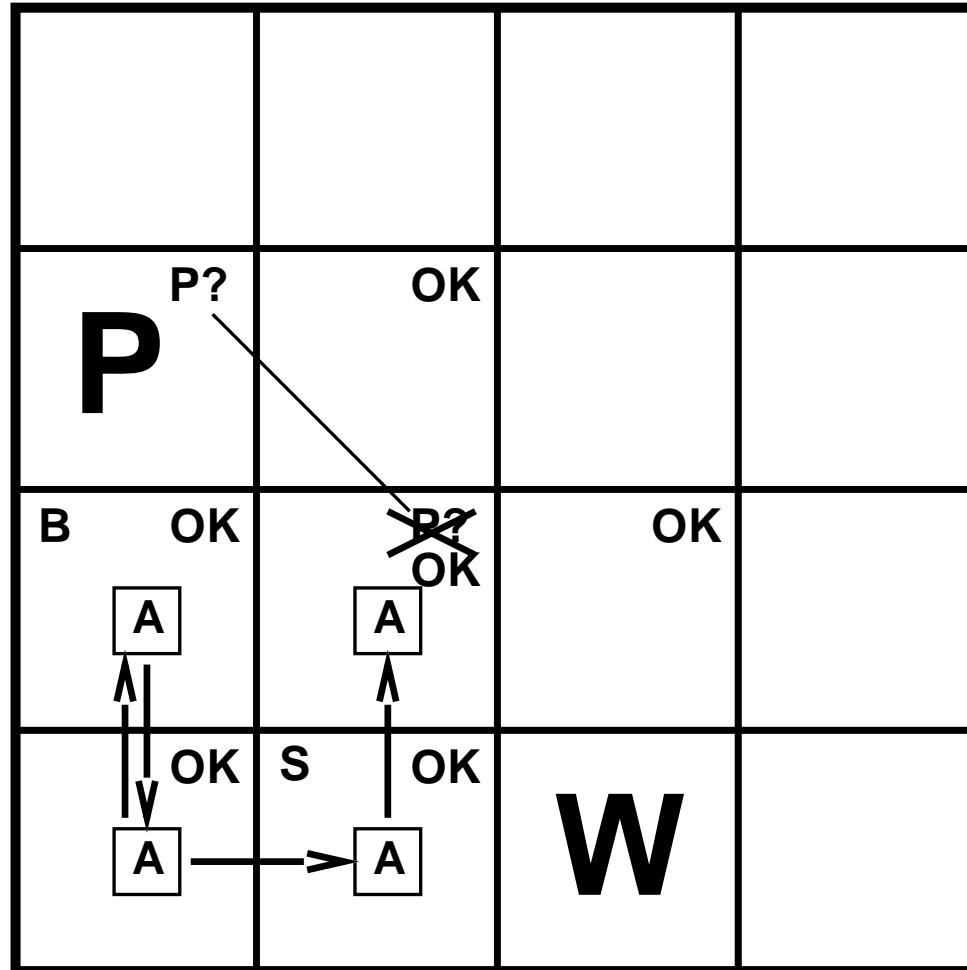
# Esplorando il mondo dei wumpus



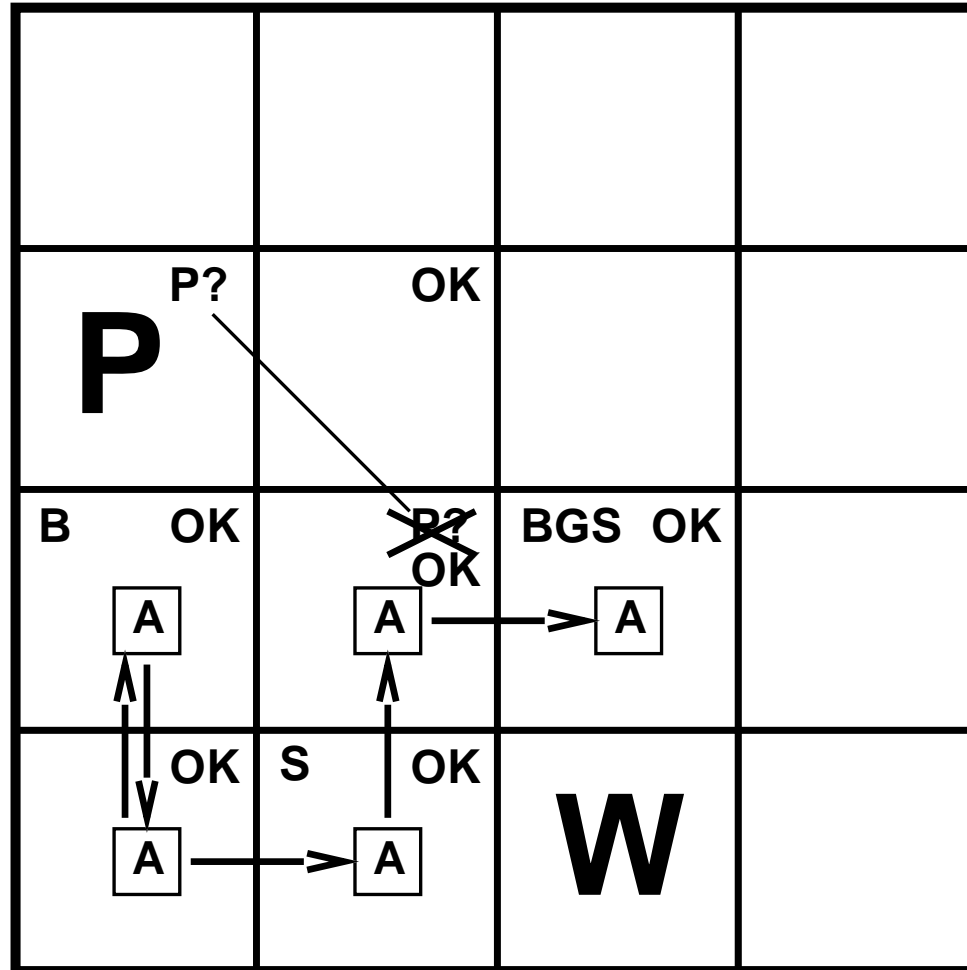
# Esplorando il mondo dei wumpus



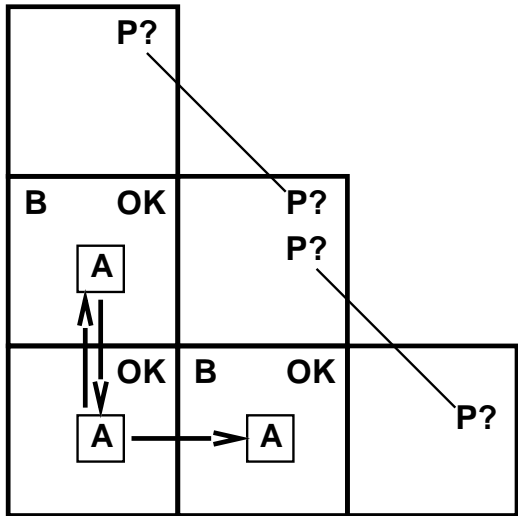
# Esplorando il mondo dei wumpus



# Esplorando il mondo dei wumpus



# Altre situazioni critiche



Brezza in (1,2) e (2,1)

⇒ azioni non sicure

Assumendo le trappole uniformemente distribuite,

(2,2) contiene una trappola con prob 0.86, contro 0.31 per (1,2) e (2,1)

Puzza in (1,1)

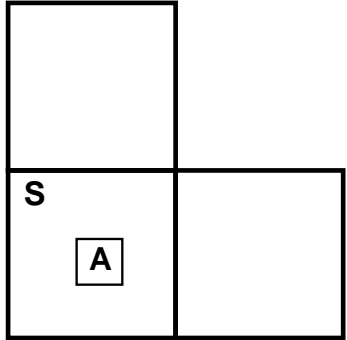
⇒ non si può muovere

Si può usare una strategia di **coercizione**:

lancia la freccia di fronte

wumpus presente ⇒ morto ⇒ sicuro

wumpus assente ⇒ sicuro



# Logica in generale

Le **logiche** sono linguaggi formali per rappresentare l'informazione in modo tale che si possano trarre delle conclusioni

La **sintassi** definisce le sentenze che appartengono al linguaggio

La **semantica** definisce il “significato” delle sentenze;  
cioè, definisce il **valore di verità** di una sentenza in un dato mondo

Per esempio, nel linguaggio dell'aritmetica

$x + 2 \geq y$  è una sentenza;  $x^2 + y >$  non è una sentenza

$x + 2 \geq y$  è vera se e solo se il numero  $x + 2$  non è minore del numero  $y$

$x + 2 \geq y$  è vera in un mondo dove  $x = 7$ ,  $y = 1$

$x + 2 \geq y$  è falsa in un mondo dove  $x = 0$ ,  $y = 6$

# Entailment

Entailment significa che una sentenza *segue da* un' altra (consegue):

$$KB \models \alpha$$

La base di conoscenza  $KB$  implica la sentenza  $\alpha$   
se e solo se

$\alpha$  è vera in tutti i mondi dove  $KB$  è vera

Per esempio, la KB contenente “l'INTER ha vinto” e “il MILAN ha vinto”  
ne consegue che “ha vinto l'INTER o ha vinto il MILAN”

Per esempio,  $x + y = 4$  implica  $4 = x + y$

L'implicazione è una relazione fra sentenze (cioè, *sintassi*)  
che è basata sulla *semantica*

# Modelli

I logici tipicamente pensano in termini di **modelli**, che formalmente sono mondi strutturati rispetto ai quali si può valutare la verità

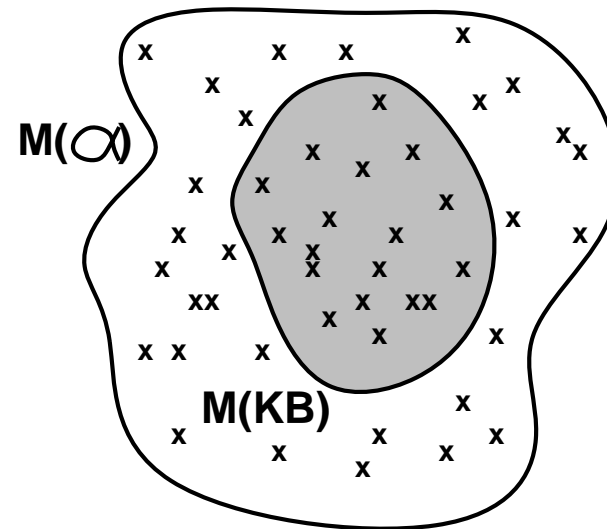
Diciamo che  $m$  è un **modello** di una sentenza  $\alpha$  se  $\alpha$  è vera in  $m$

$M(\alpha)$  è l'insieme di tutti i modelli di  $\alpha$

Allora  $KB \models \alpha$  se e solo se  $M(KB) \subseteq M(\alpha)$

Per esempio,  $KB = \text{l'INTER ha vinto e il MILAN ha vinto}$

$\alpha = \text{l'INTER ha vinto}$



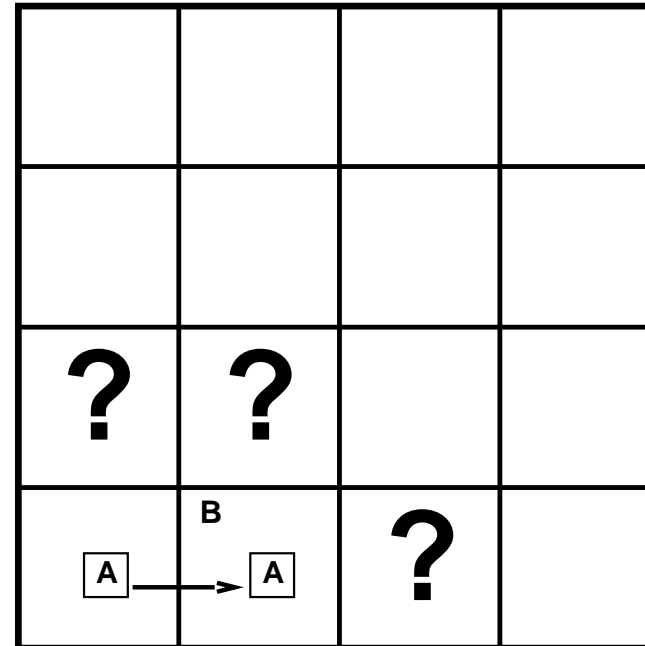


## Entailment nel mondo dei wumpus

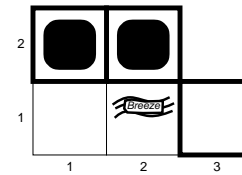
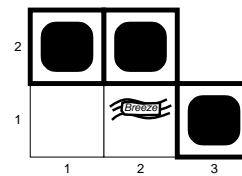
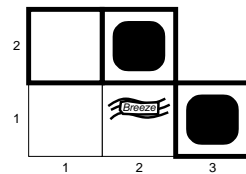
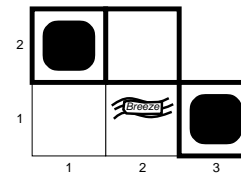
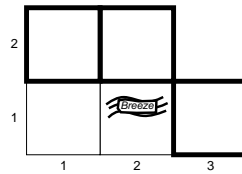
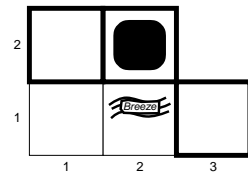
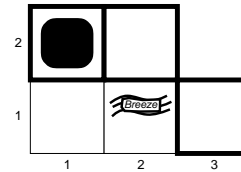
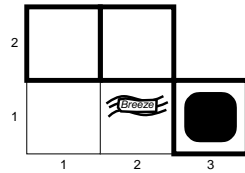
Situazione dopo aver riconosciuto che non c'è nulla in [1,1],  
spostamento a destra, brezza in [2,1]

Consideriamo modelli possibili per i "?"  
assumendo solo trappole

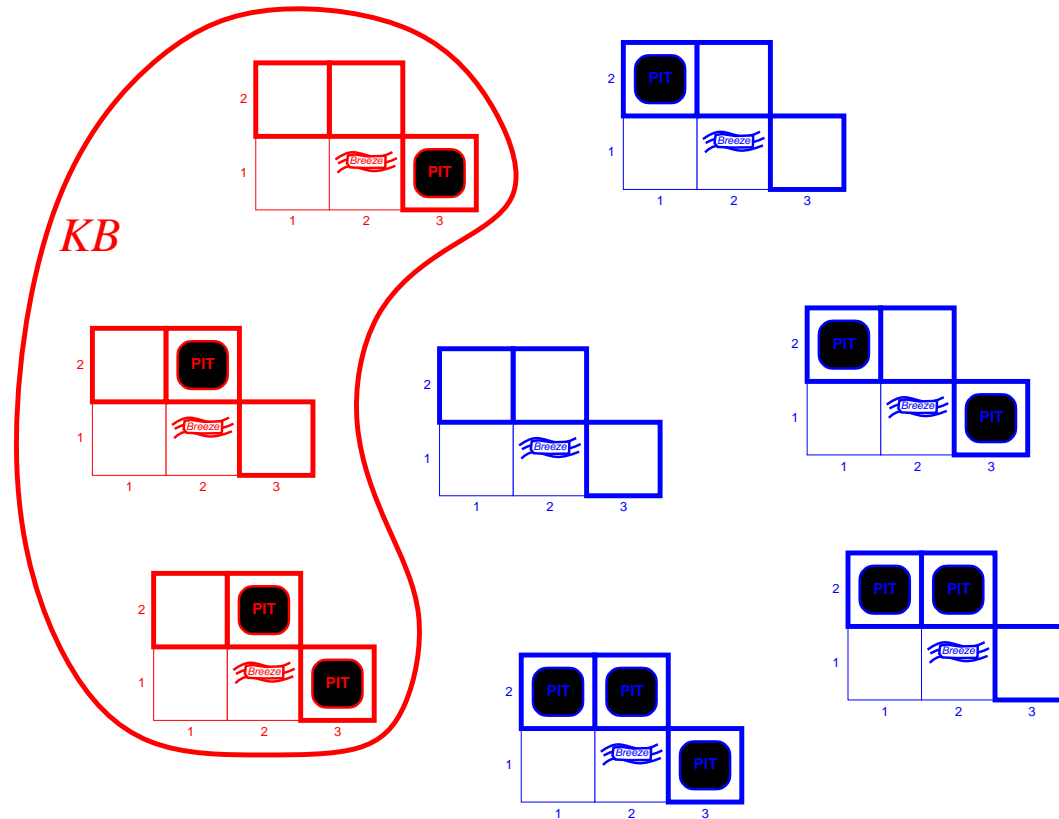
3 scelte Booleane  $\Rightarrow$  8 possibili modelli



# Modelli per il mondo dei wumpus

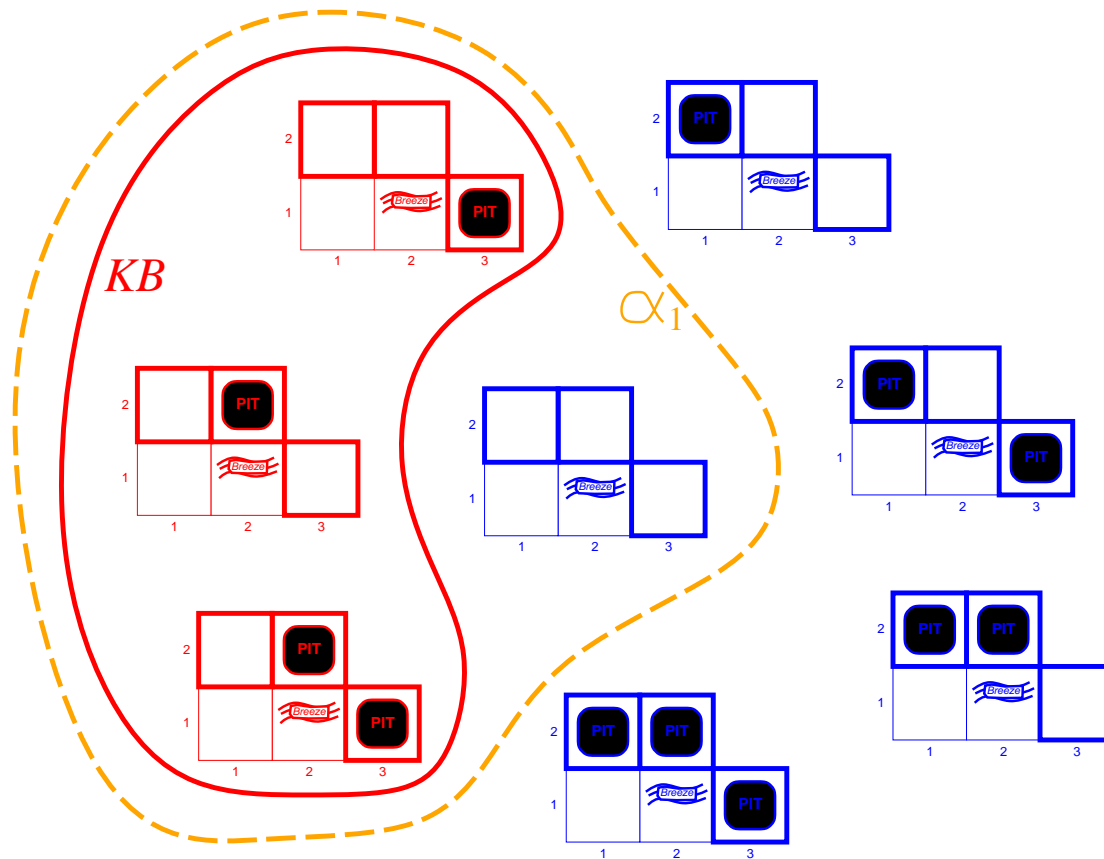


# Modelli per il mondo dei wumpus



$KB = \text{regole del mondo dei wumpus} + \text{osservazioni}$

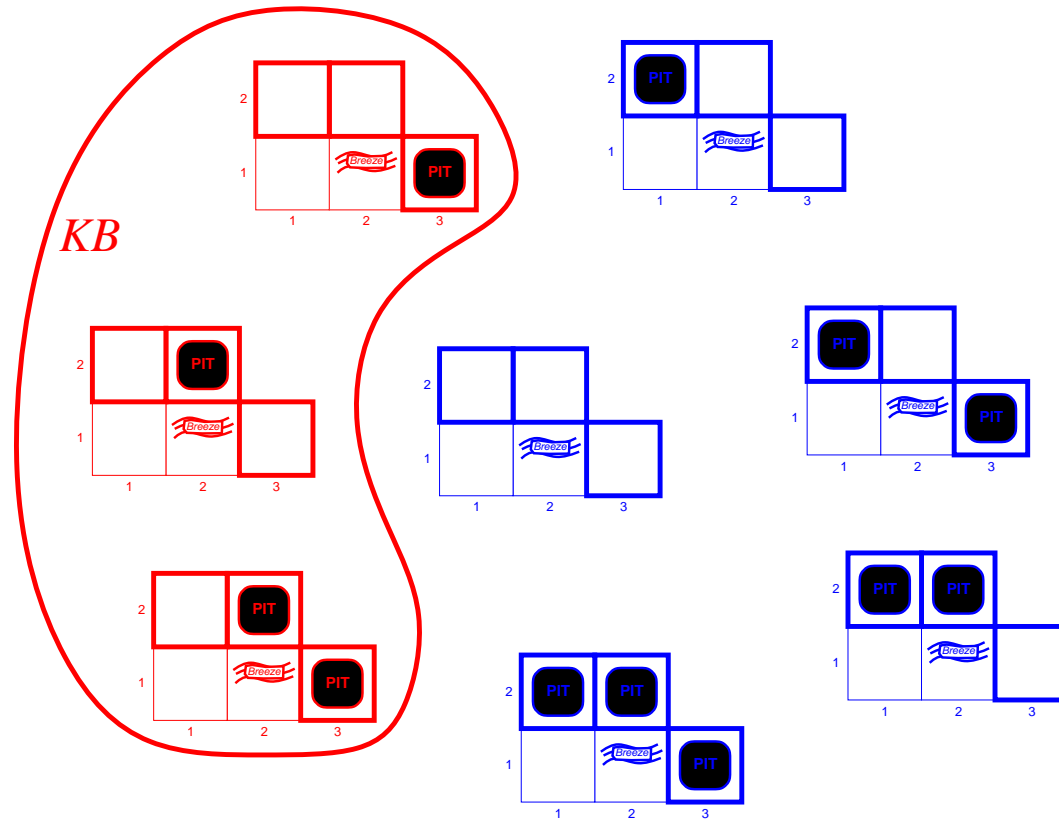
# Modelli per il mondo dei wumpus



$KB$  = regole del mondo dei wumpus + osservazioni

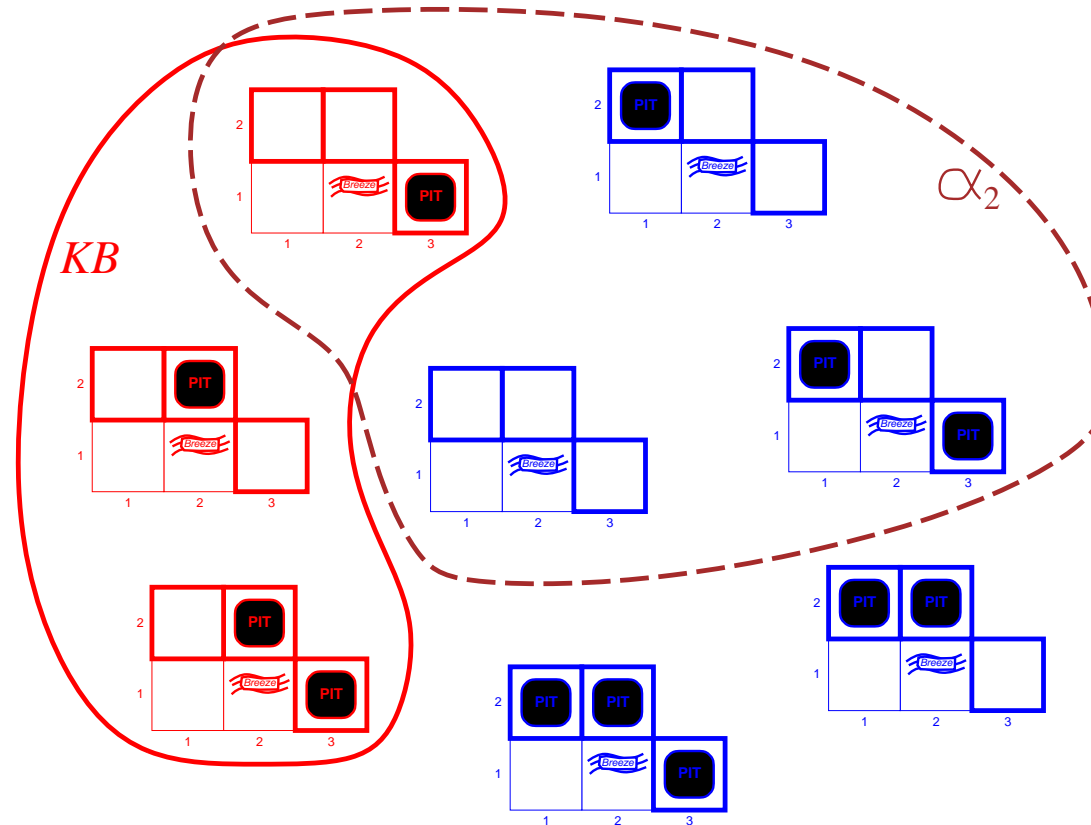
$\alpha_1 = "[1,2]$  è sicuro",  $KB \models \alpha_1$ , provato via **model checking** (test sui modelli)

# Modelli per il mondo dei wumpus



$KB = \text{regole del mondo dei wumpus} + \text{osservazioni}$

# Modelli per il mondo dei wumpus



$KB = \text{regole del mondo dei wumpus} + \text{osservazioni}$

$\alpha_2 = \text{"[2,2] è sicuro"}, KB \not\models \alpha_2$

# Inferenza

$KB \vdash_i \alpha$  = la sentenza  $\alpha$  può essere derivata da  $KB$  per mezzo della procedura  $i$

Le conseguenze di  $KB$  costituiscono un “pagliaio”;  $\alpha$  è un “ago”.  
Entailment = “ago nel pagliaio”; inferenza = trovarlo

Correttezza (Soundness):  $i$  è corretta se  
ogni volta che  $KB \vdash_i \alpha$ , è anche vero che  $KB \models \alpha$

Completezza (Completeness):  $i$  è completa se  
ogni volta che  $KB \models \alpha$ , è anche vero che  $KB \vdash_i \alpha$

Anticipazione: definiremo una logica (logica del primo ordine) che è abbastanza espressiva da essere in grado di esprimere quasi tutto ciò che interessa, e per cui esiste una procedura di inferenza corretta e completa.

In sintesi, la procedura risponde a tutte le domande la cui risposta segue da ciò che è conosciuto dalla  $KB$ .

## Logica Proporzionale: Sintassi

La logica proposizionale è la più semplice—illustra idee di base

I simboli proposizionali  $P_1, P_2$  etc costituiscono sentenze

Se  $S$  è una sentenza,  $\neg S$  è una sentenza (**negazione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \wedge S_2$  è una sentenza (**congiunzione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \vee S_2$  è una sentenza (**disgiunzione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \Rightarrow S_2$  è una sentenza (**implicazione**)

Se  $S_1$  e  $S_2$  sono sentenze,  $S_1 \Leftrightarrow S_2$  è una sentenza (**bicondizionale**)



# Logica Proposizionale: Semantica

Ogni modello specifica il valore di verità (vero/falso) per ogni simbolo proposizionale

P.e.  $P_{1,2}$   $P_{2,2}$   $P_{3,1}$   
*vero vero falso*

(Con questi simboli, 8 possibili modelli possono essere enumerati automaticamente.)

Regole per valutare la verità rispetto ad un modello  $m$ :

$\neg S$ è vero sse	$S$ è falso		
$S_1 \wedge S_2$ è vero sse	$S_1$ è vero <b>and</b>	$S_2$ è vero	
$S_1 \vee S_2$ è vero sse	$S_1$ è vero <b>or</b>	$S_2$ è vero	
$S_1 \Rightarrow S_2$ è vero sse	$S_1$ è falso <b>or</b>	$S_2$ è vero	
cioè, è falso sse	$S_1$ è vero <b>and</b>	$S_2$ è falso	
$S_1 \Leftrightarrow S_2$ è vero sse	$S_1 \Rightarrow S_2$ è vero <b>and</b>	$S_2 \Rightarrow S_1$ è vero	

Un semplice processo ricorsivo valuta una sentenza arbitraria, p.e.,

$$\neg P_{1,2} \wedge (P_{2,2} \vee P_{3,1}) = \textit{vero} \wedge (\textit{falso} \vee \textit{vero}) = \textit{vero} \wedge \textit{vero} = \textit{vero}$$

## Tabelle di verità per i connettivi

$P$	$Q$	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>
<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>
<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>

## Sentenze nel mondo dei wumpus

Poniamo  $P_{i,j}$  essere vero se c'è una trappola in  $[i, j]$ .

Poniamo  $B_{i,j}$  essere vero se c'è brezza in  $[i, j]$ .

$$\neg P_{1,1}$$

$$\neg B_{1,1}$$

$$B_{2,1}$$

“Le trappole causano brezze in quadrati adiacenti”

## Sentenze nel mondo dei wumpus

Poniamo  $P_{i,j}$  essere vero se c'è una trappola in  $[i, j]$ .

Poniamo  $B_{i,j}$  essere vero se c'è brezza in  $[i, j]$ .

$$\neg P_{1,1}$$

$$\neg B_{1,1}$$

$$B_{2,1}$$

“Le trappole causano brezze in quadrati adiacenti”

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

$$B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$$

“Un quadrato ha brezza *se e solo se* c'è una trappola adiacente”

## Tabelle di verità per l'inferenza

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	$KB$	$\alpha_1$
<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>
<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<u><i>vero</i></u>	<u><i>vero</i></u>
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<u><i>vero</i></u>	<u><i>vero</i></u>
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<u><i>vero</i></u>	<u><i>vero</i></u>
<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>	<i>vero</i>
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>vero</i>	<i>falso</i>	<i>falso</i>

## Inferenza per mezzo di enumerazione

Una enumerazione a scandaglio (Depth-first) di tutti i modelli è corretta e completa

```
function TT-ENTAILS?(KB,  $\alpha$ ) returns true or false
```

```
  symbols  $\leftarrow$  a list of the proposition symbols in KB and  $\alpha$ 
```

```
  return TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, [])
```

---

```
function TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , symbols, model) returns true or false
```

```
  if EMPTY?(symbols) then
```

```
    if PL-TRUE?(KB, model) then return PL-TRUE?( $\alpha$ , model)
```

```
    else return true
```

```
  else do
```

```
    P  $\leftarrow$  FIRST(symbols); rest  $\leftarrow$  REST(symbols)
```

```
    return TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, EXTEND(P, true, model)) and
```

```
      TT-CHECK-ALL(KB,  $\alpha$ , rest, EXTEND(P, false, model))
```

$O(2^n)$  per  $n$  simboli; il problema è co-NP-completo

# Equivalenza Logica

Due sentenze sono **logicamente equivalenti** sse sono vere negli stessi modelli:

$$\alpha \equiv \beta \quad \text{se e solo se} \quad \alpha \models \beta \text{ and } \beta \models \alpha$$

$$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha) \quad \text{commutativity of } \wedge$$

$$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha) \quad \text{commutativity of } \vee$$

$$((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)) \quad \text{associativity of } \wedge$$

$$((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)) \quad \text{associativity of } \vee$$

$$\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha \quad \text{double-negation elimination}$$

$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha) \quad \text{contraposition}$$

$$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta) \quad \text{implication elimination}$$

$$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)) \quad \text{biconditional elimination}$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \text{de Morgan}$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \text{de Morgan}$$

$$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)) \quad \text{distributivity of } \wedge \text{ over } \vee$$

$$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)) \quad \text{distributivity of } \vee \text{ over } \wedge$$

## Validità e soddisfacibilità

Una sentenza è **valida** se è vera in **tutti** i modelli,

p.e., *Vero*,  $A \vee \neg A$ ,  $A \Rightarrow A$ ,  $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

La validità è collegata all'inferenza tramite il **Teorema di Deduzione**:

$KB \models \alpha$  se e solo se  $(KB \Rightarrow \alpha)$  è valida

Una sentenza è **soddisfacibile** se è vera in **qualche** modello

p.e.,  $A \vee B$ ,  $C$

Una sentenza è **insoddisfacibile** se in **nessun** modello è vera

e.g.,  $A \wedge \neg A$

Soddisfacibilità è connessa all'inferenza dal seguente risultato:

$KB \models \alpha$  se e solo se  $(KB \wedge \neg \alpha)$  è insoddisfacibile

cioè, prova  $\alpha$  tramite ***reductio ad absurdum***



# Metodi di prova

I metodi di prova si suddividono in (approssimativamente) due tipologie:

## Applicazione di regole di inferenza

- Generazione (corretta) di nuove sentenze a partire da vecchie sentenze
- **Prova** = una sequenza di applicazione di regole di inferenza

Può utilizzare regole di inferenza come operatori in un algoritmo standard di ricerca

- Tipicamente richiede la rappresentazione delle sentenze in una **forma normale**

## Model checking

enumerazione della tabella di verità (sempre esponenziale in  $n$ )

backtracking migliorato, p.e., Davis–Putnam–Logemann–Loveland

ricerca euristica nello spazio dei modelli (corretta ma incompleta)

p.e., algoritmi hill-climbing basati sulla minimizzazione dei conflitti

# Forward e backward chaining

Forma di Horn (ristretta)

KB = *congiunzione* di *Clausole di Horn*

Clausola di Horn =

◇ simbolo proposizionale; o

◇ (congiunzione di simboli)  $\Rightarrow$  simbolo

P.e.,  $C \wedge (B \Rightarrow A) \wedge (C \wedge D \Rightarrow B)$

**Modus Ponens** (per la Forma di Horn): completo per basi di conoscenza in forma di Horn

$$\frac{\alpha_1, \dots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

Può essere usato con **forward chaining** o **backward chaining**.

Questi algoritmi sono molto immediati e hanno complessità *lineare* in tempo

# Forward chaining

Idea: applicare ogni regola le cui premesse sono soddisfatte in  $KB$ ,  
aggiungere le conclusioni a  $KB$ , fino a quando non si trova la query

$$P \Rightarrow Q$$

$$L \wedge M \Rightarrow P$$

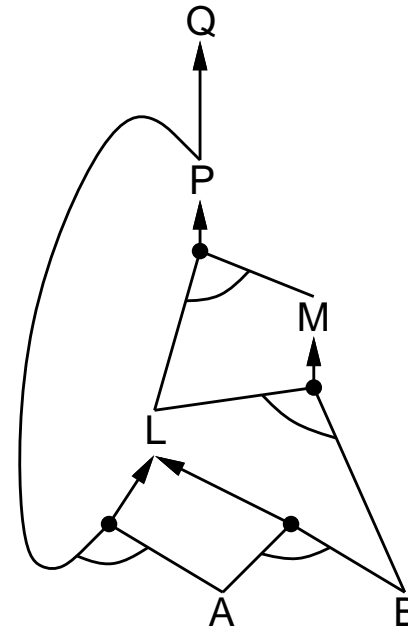
$$B \wedge L \Rightarrow M$$

$$A \wedge P \Rightarrow L$$

$$A \wedge B \Rightarrow L$$

$A$

$B$



# Algoritmo di Forward chaining

**function** PL-FC-ENTAILS?(*KB, q*) **returns** *true* or *false*

**local variables:** *count*, a table, indexed by clause, initially the number of premises

*inferred*, a table, indexed by symbol, each entry initially *false*

*agenda*, a list of symbols, initially the symbols known to be true

**while** *agenda* is not empty **do**

$p \leftarrow \text{POP}(\textit{agenda})$

**unless** *inferred*[*p*] **do**

$\textit{inferred}[p] \leftarrow \textit{true}$

**for each** Horn clause *c* in whose premise *p* appears **do**

decrement *count*[*c*]

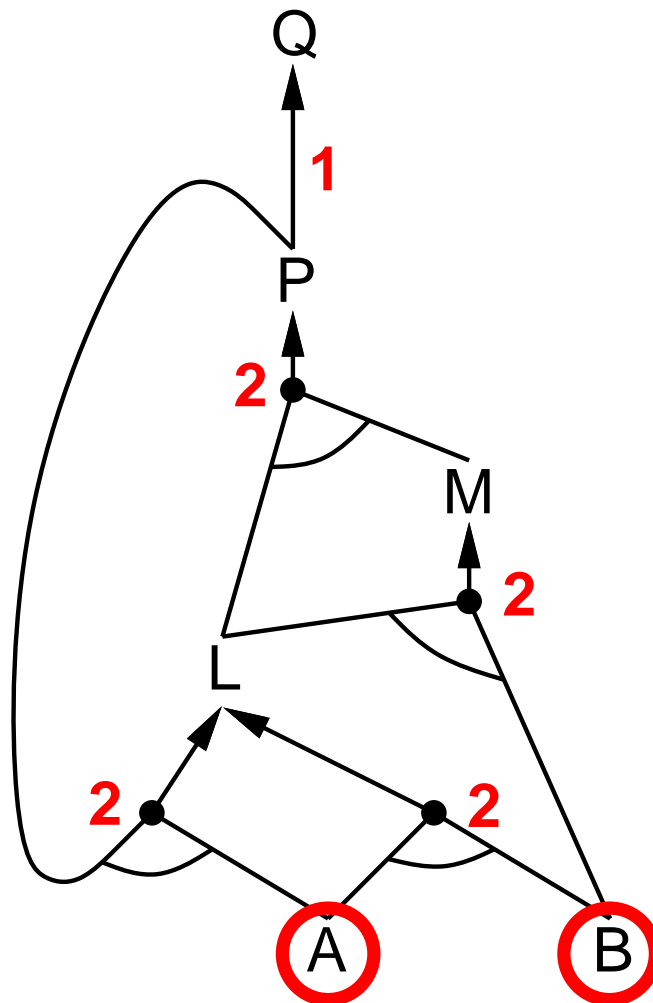
**if** *count*[*c*] = 0 **then do**

**if** HEAD[*c*] = *q* **then return** *true*

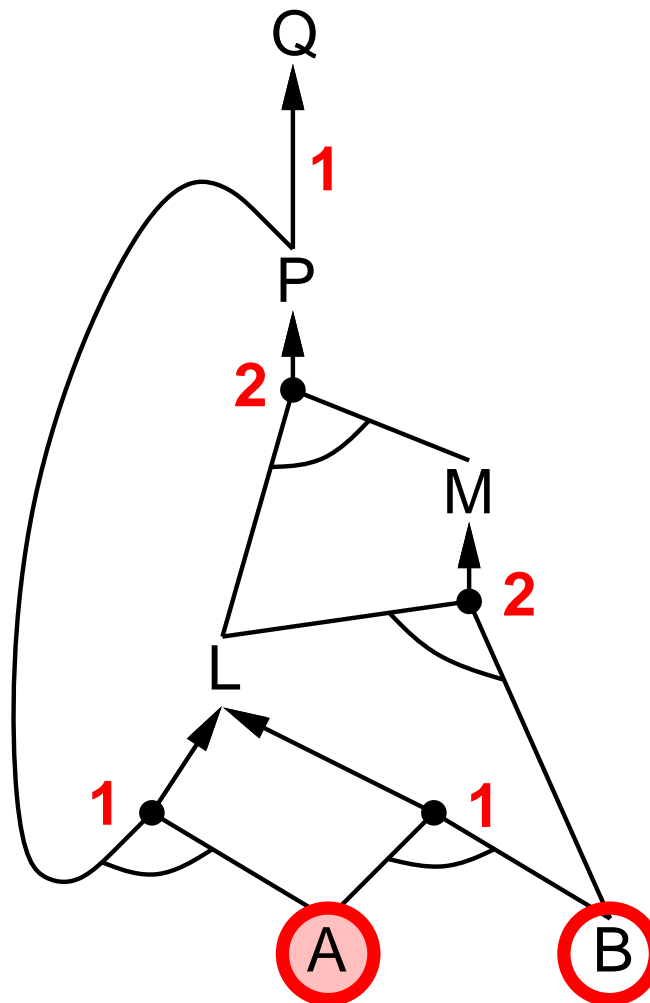
PUSH(HEAD[*c*], *agenda*)

**return** *false*

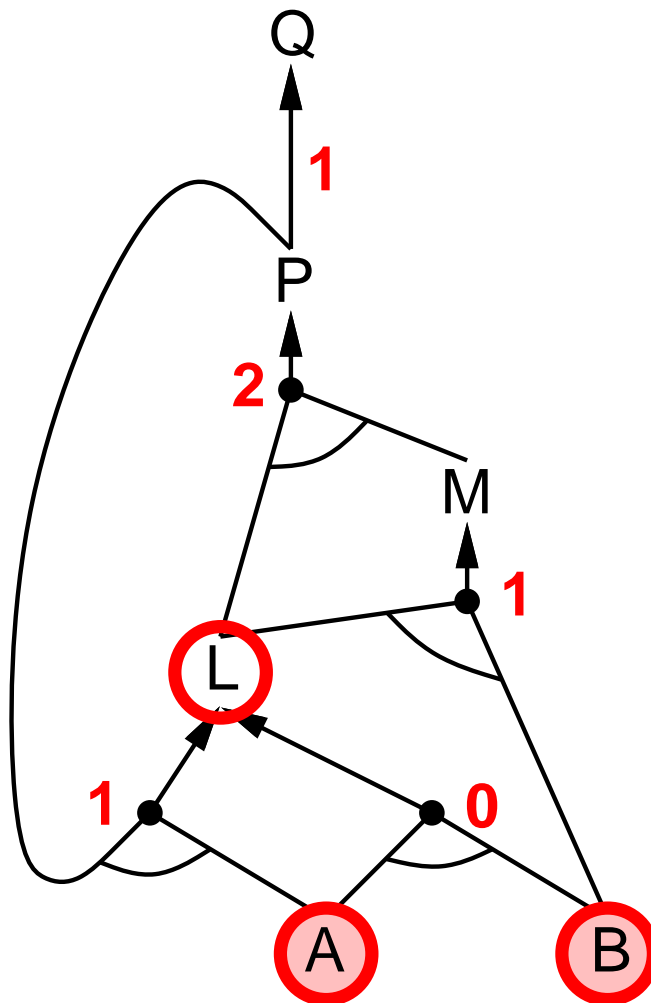
# Esempio di Forward chaining



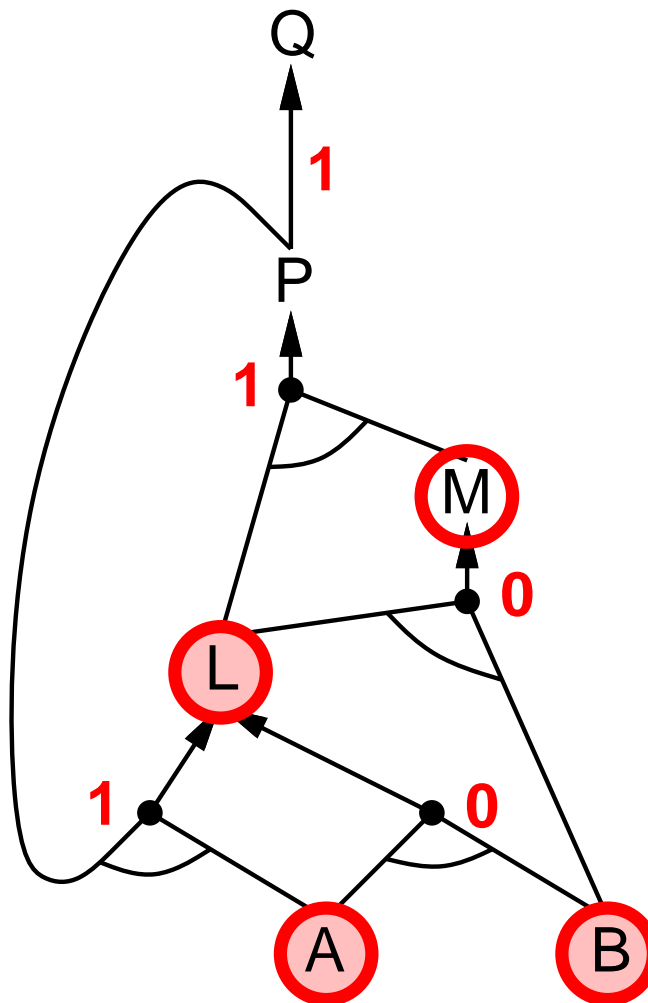
# Esempio di Forward chaining



# Esempio di Forward chaining

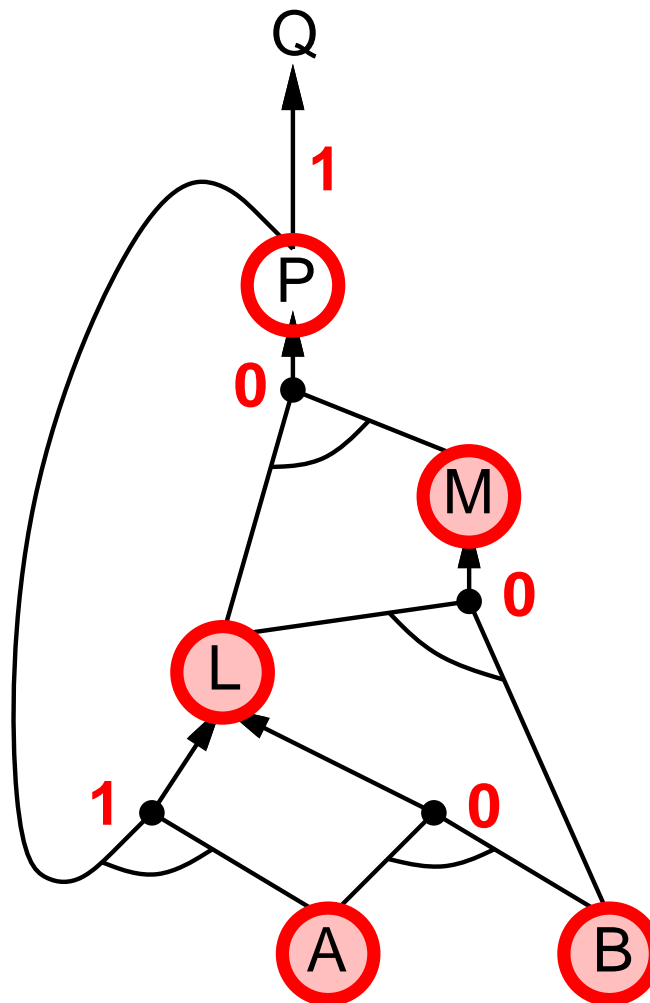


# Esempio di Forward chaining

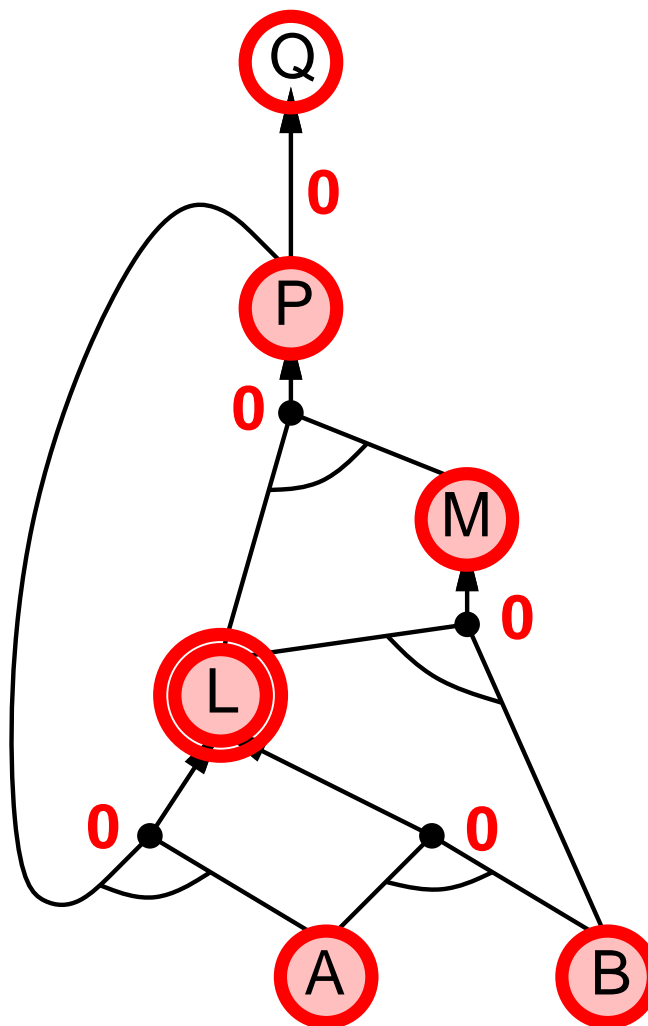




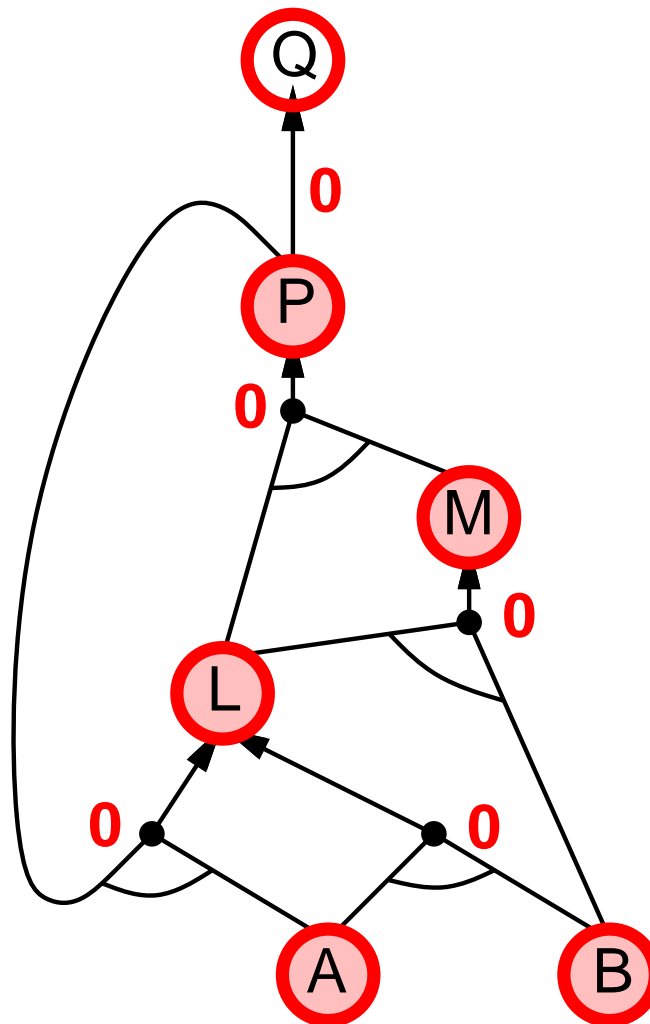
# Esempio di Forward chaining



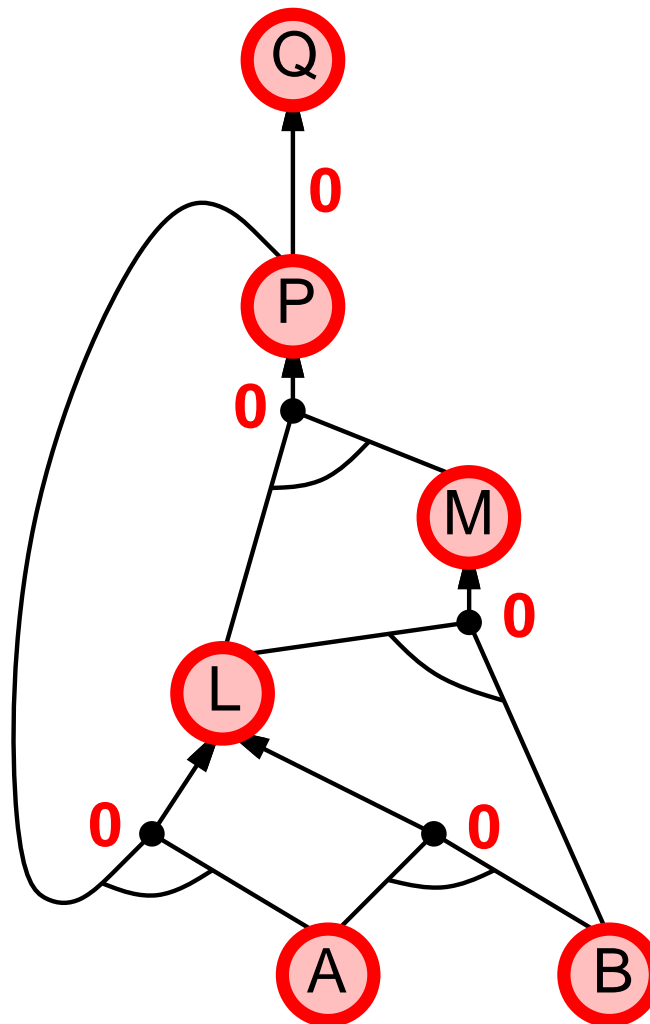
# Esempio di Forward chaining



# Esempio di Forward chaining



# Esempio di Forward chaining



## Prova di completezza

FC deriva ogni sentenza atomica che è conseguenza di  $KB$

1. FC raggiunge un **punto fisso** done nessuna nuova sentenza atomica è derivata

2. Si consideri lo stato finale come un modello  $m$ , assegnando vero/falso ai simboli

3. Ogni clausola nella  $KB$  originale è vera in  $m$

*Prova:* Si supponga che una clausola  $a_1 \wedge \dots \wedge a_k \Rightarrow b$  sia falsa in  $m$

Allora  $a_1 \wedge \dots \wedge a_k$  è vera in  $m$  e  $b$  è falsa in  $m$

Perciò l'algoritmo non ha raggiunto un punto fisso!

4. Quindi  $m$  è un modello per  $KB$

5. Se  $KB \models q$ ,  $q$  è vera in **ogni** modello di  $KB$ , incluso  $m$

# Backward chaining

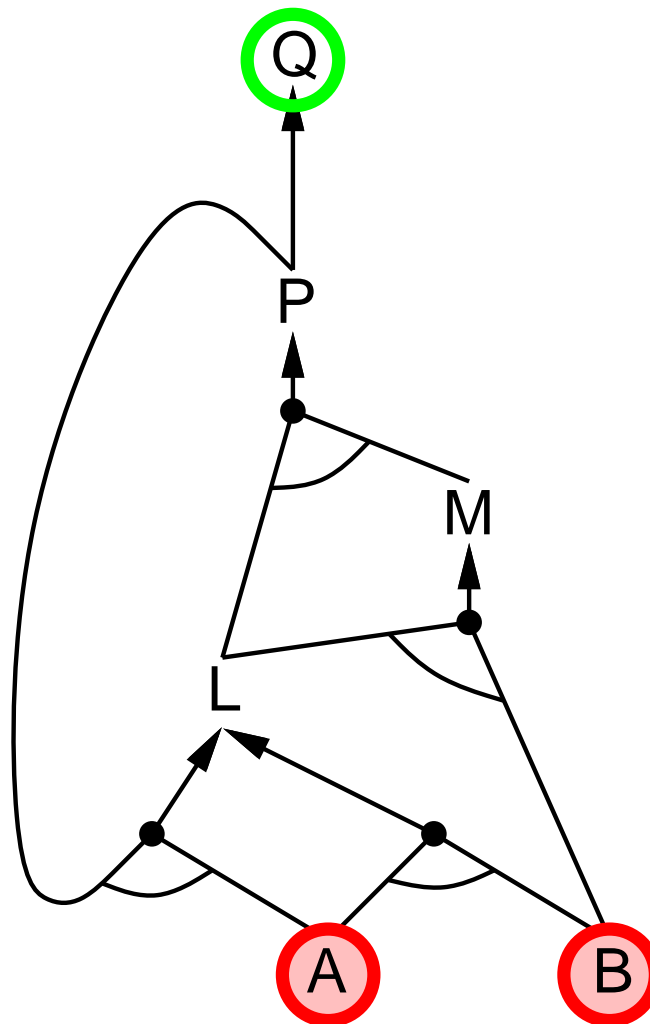
Idea: si lavora all'indietro (backwards) a partire dalla query  $q$ :  
per provare  $q$  per mezzo di BC,  
controlla se  $q$  è già conosciuta, o  
prova tramite BC tutte le premesse di una regola che deriva  $q$

Evitare cicli: controlla se un nuovo sottogoal è già presente nella pila dei goal

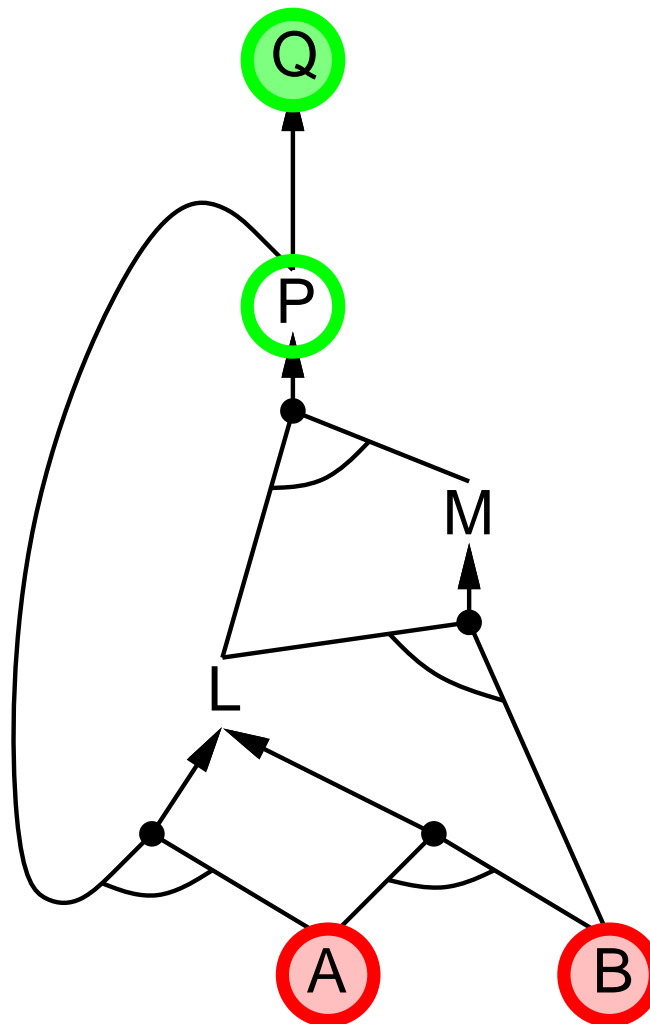
Evitare di ripetere del lavoro: controlla se un nuovo sottogoal

- 1) è stato già provato vero, o
- 2) è già fallito

# Esempio di Backward chaining

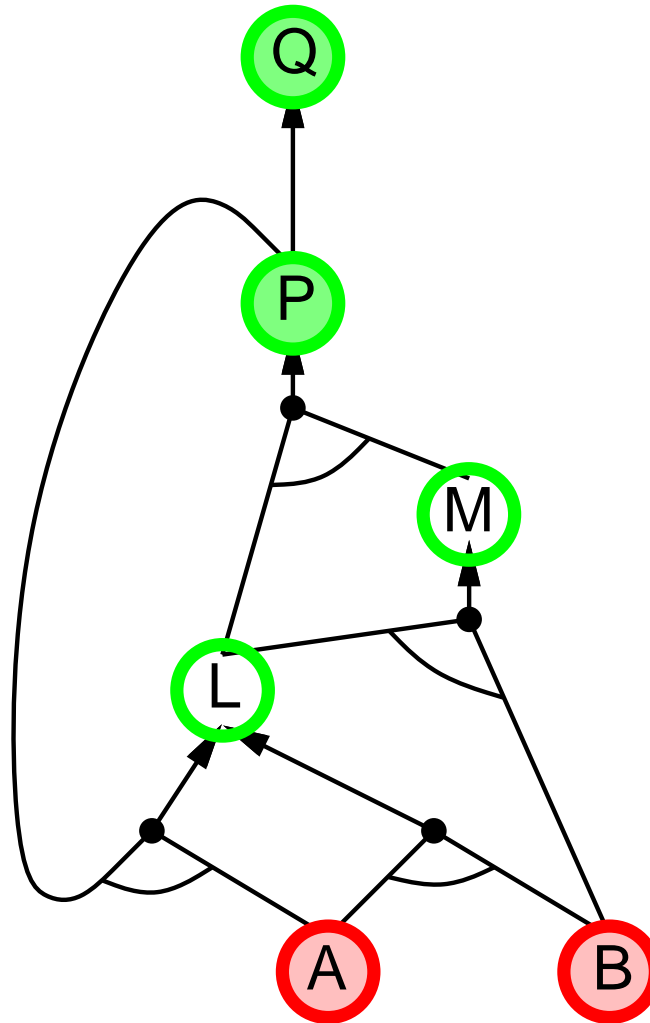


# Esempio di Backward chaining

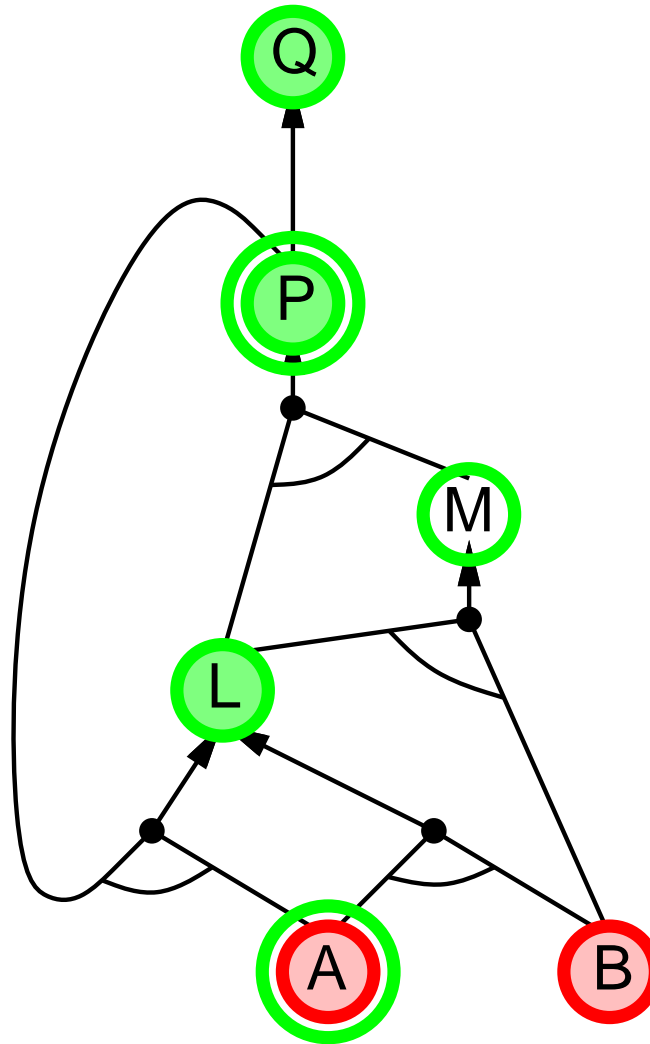




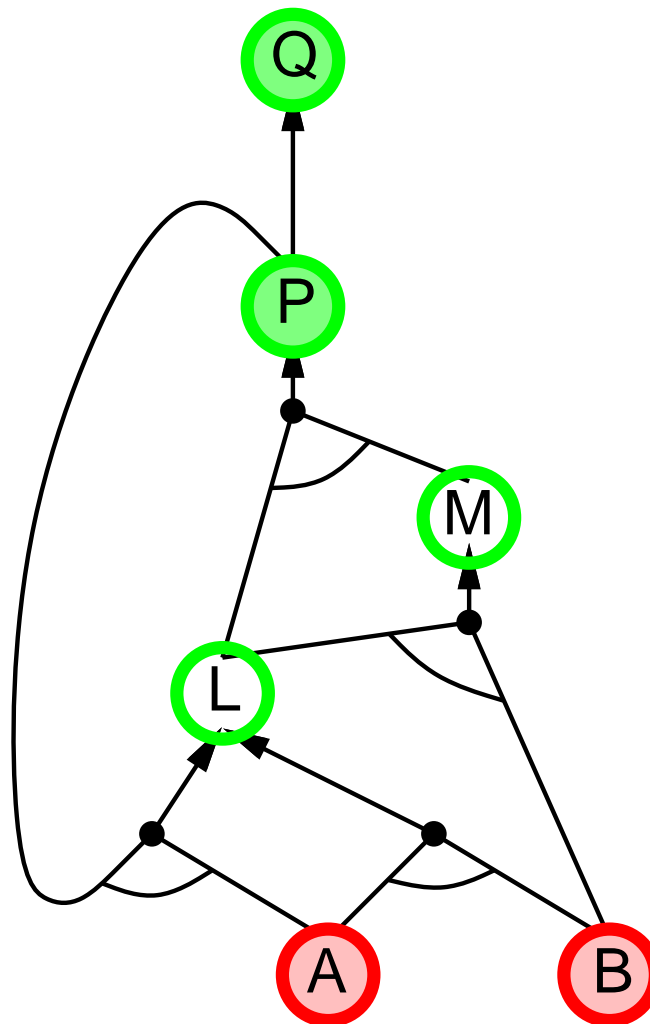
# Esempio di Backward chaining



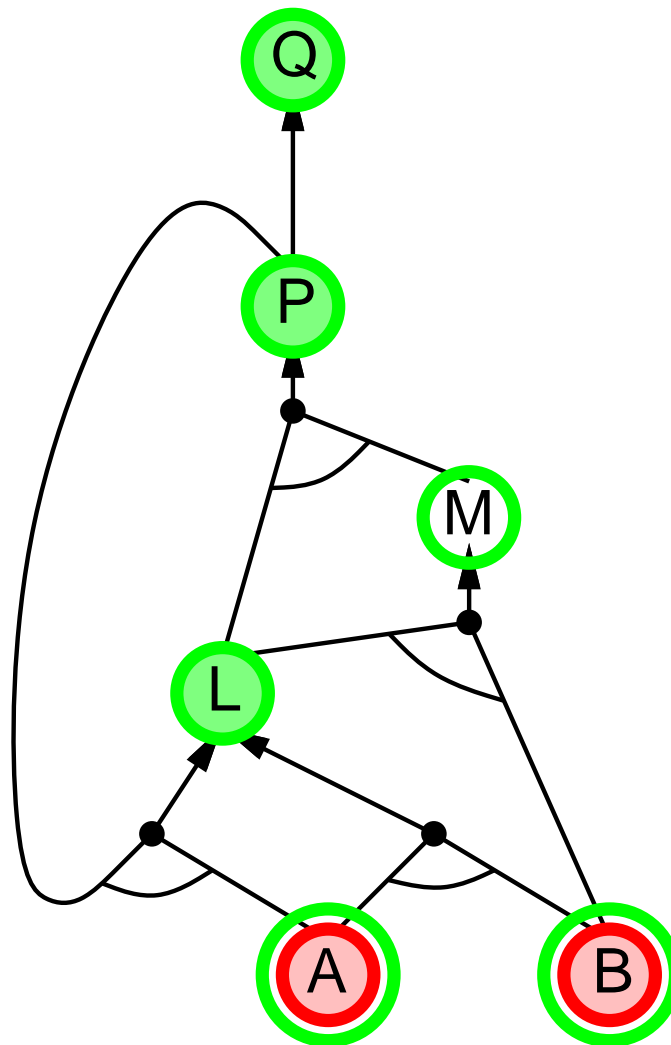
# Esempio di Backward chaining



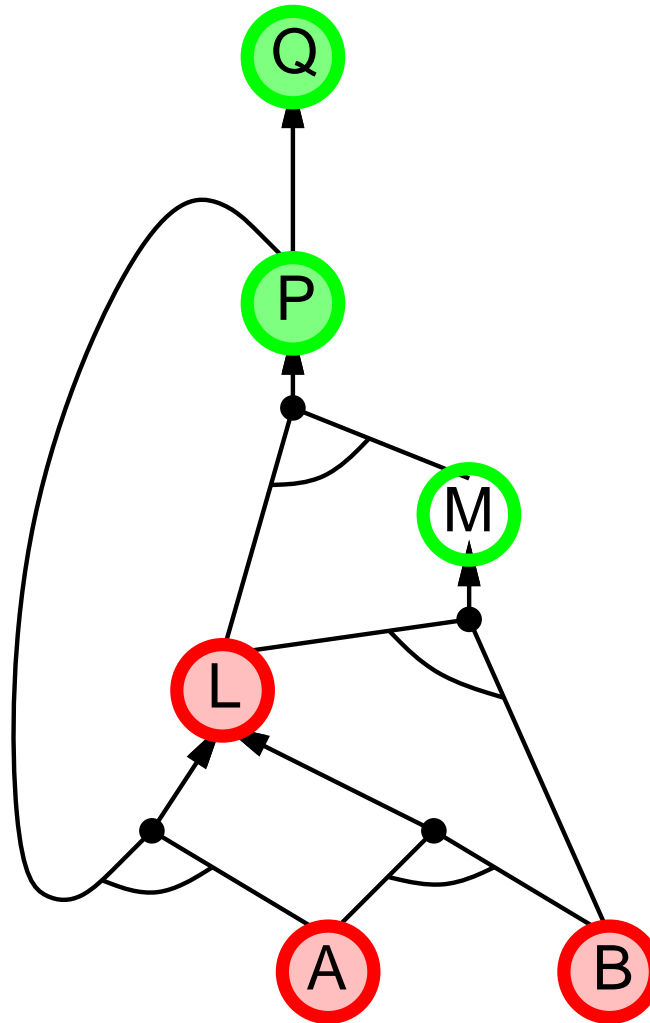
# Esempio di Backward chaining



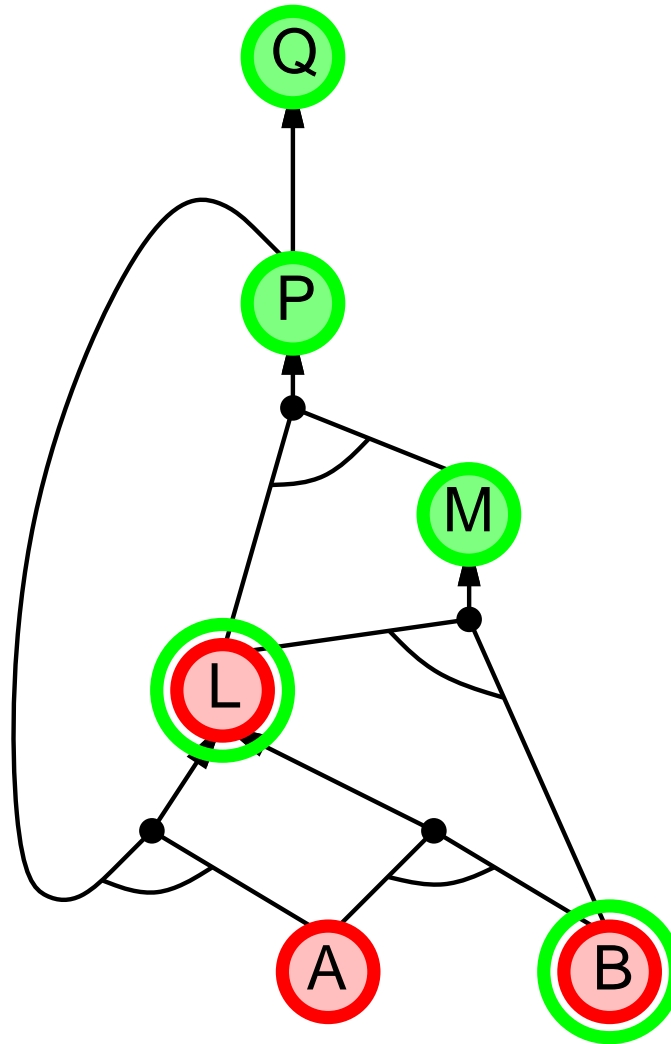
# Esempio di Backward chaining



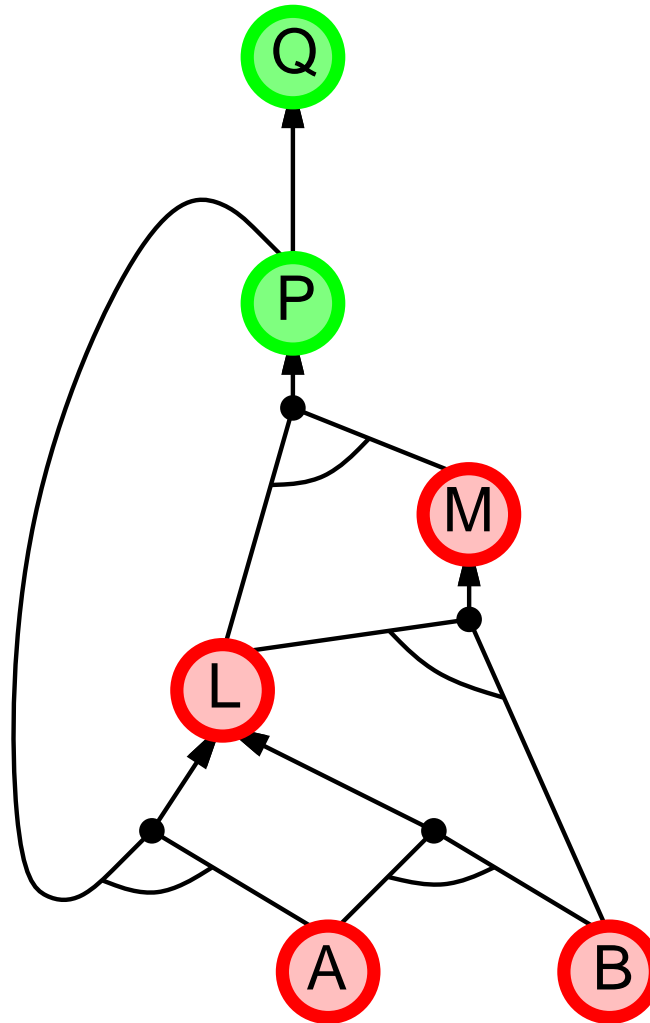
# Esempio di Backward chaining



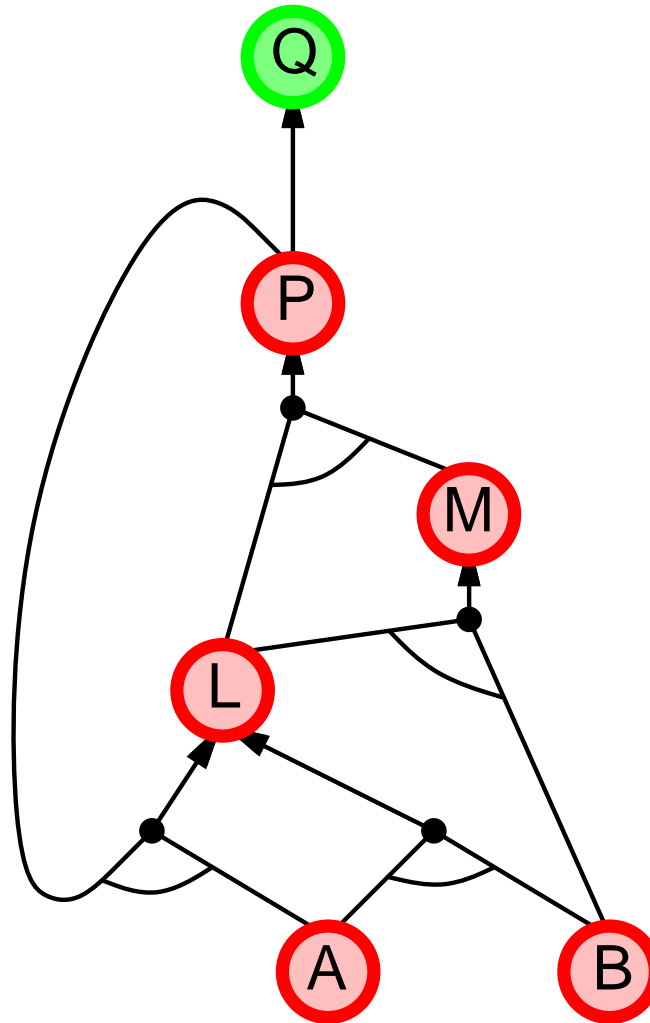
# Esempio di Backward chaining



# Esempio di Backward chaining

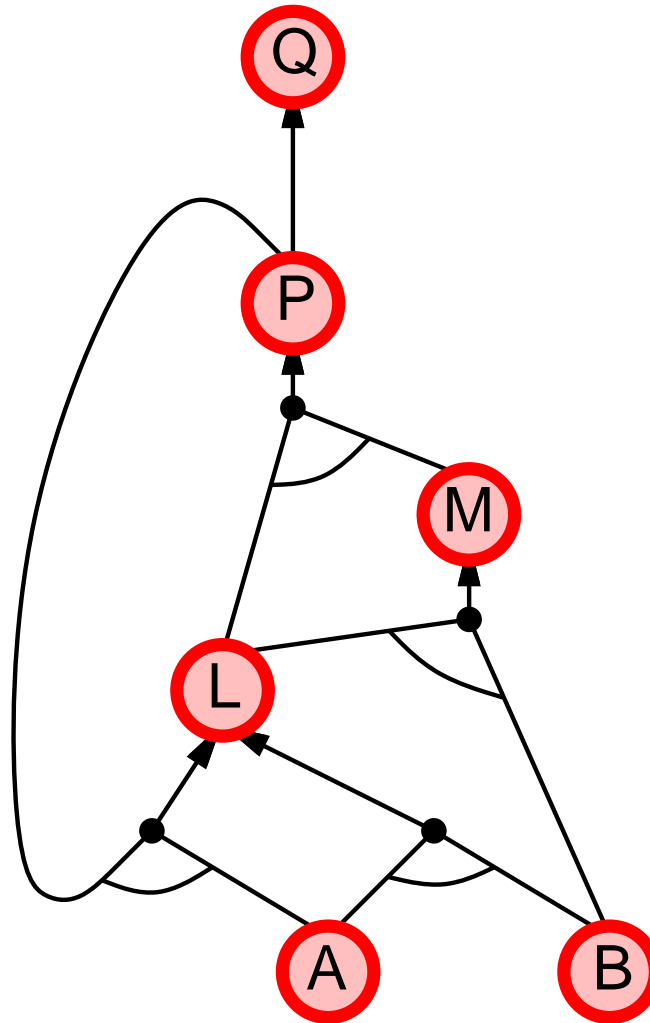


# Esempio di Backward chaining





# Esempio di Backward chaining



## Forward contro backward chaining

FC è **data-driven** (guidato dai dati), conf. elaborazione inconscia, automatica,

p.e., riconoscimento di oggetti, decisioni di routine

Rischia di eseguire molto lavoro irrilevante per il goal

BC è **goal-driven** (guidato dal goal), appropriato per il problem-solving,

p.e., Dove sono le mie chiavi? Come faccio ad entrare nel dottorato di ricerca ?

La complessità di BC può essere **molto minore** che lineare nella dimensione di KB

# Risoluzione

Forma Normale Congiuntiva (CNF—universale)

*congiunzione* di *disgiunzioni* di *letterali*  
*clausole*

P.e.,  $(A \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg C \vee \neg D)$

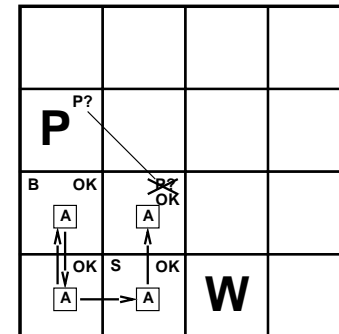
**Risoluzione** regola di inferenza (per CNF): completa per la logica proposizionale

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, \quad m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

dove  $l_i$  e  $m_j$  sono letterali complementari. P.e.,

$$\frac{P_{1,3} \vee P_{2,2}, \quad \neg P_{2,2}}{P_{1,3}}$$

La Risoluzione è corretta e completa  
per la logica proposizionale



## Conversione in CNF

$$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$$

1. Eliminare  $\Leftrightarrow$ , rimpiazzando  $\alpha \Leftrightarrow \beta$  con  $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$ .

$$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$$

2. Eliminare  $\Rightarrow$ , rimpiazzando  $\alpha \Rightarrow \beta$  con  $\neg\alpha \vee \beta$ .

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}) \vee B_{1,1})$$

3. Spostare  $\neg$  all'interno usando le regole di de Morgan e la doppia negazione:

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge ((\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}) \vee B_{1,1})$$

4. Applicare la legge distributiva ( $\vee$  su  $\wedge$ ) e portare tutto su un livello:

$$(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1})$$

# Algoritmo di Risoluzione

Prova per contraddizione, cioè, mostra che  $KB \wedge \neg\alpha$  è insoddisfacibile

**function** PL-RESOLUTION( $KB, \alpha$ ) **returns** *true* or *false*

*clauses*  $\leftarrow$  the set of clauses in the CNF representation of  $KB \wedge \neg\alpha$

*new*  $\leftarrow$  { }

**loop do**

**for each**  $C_i, C_j$  **in** *clauses* **do**

*resolvents*  $\leftarrow$  PL-RESOLVE( $C_i, C_j$ )

**if** *resolvents* contains the empty clause **then return** *true*

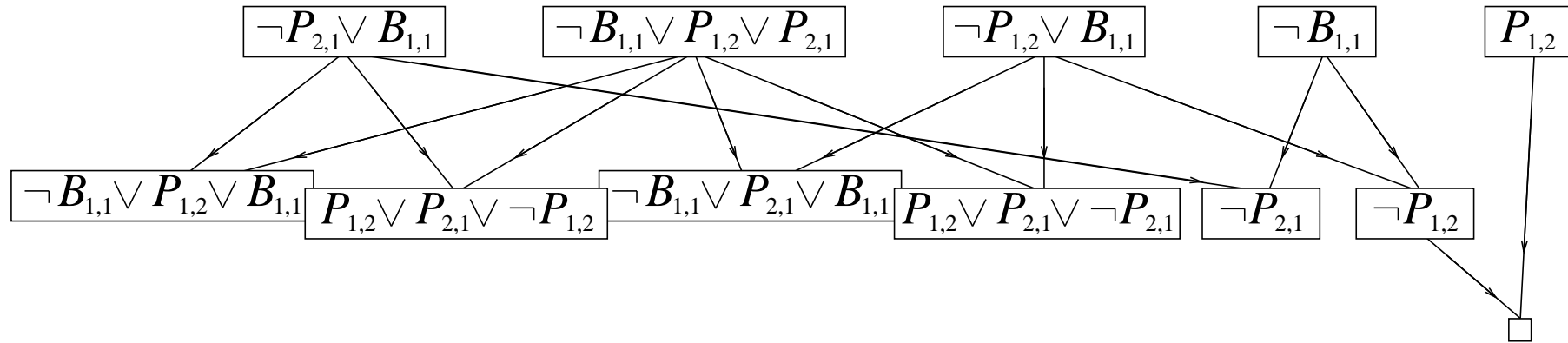
*new*  $\leftarrow$  *new*  $\cup$  *resolvents*

**if** *new*  $\subseteq$  *clauses* **then return** *false*

*clauses*  $\leftarrow$  *clauses*  $\cup$  *new*

# Esempio di Risoluzione

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1} \quad \alpha = \neg P_{1,2}$$



# Riassunto

Gli agenti logici applicano **l'inferenza** ad una **base di conoscenza** per derivare nuova informazione e prendere decisioni

Concetti base della logica:

- **sintassi**: struttura formale di **sentenze**
- **semantica**: **verità** di sentenze rispetto a **modelli**
- **entailment**: verità necessaria di una sentenza data un'altra
- **inferenza**: derivazione di sentenze a partire da altre sentenze
- **correttezza**: le derivazioni producono solo sentenze conseguenti
- **completezza**: le derivazioni producono tutte le sentenze conseguenti

Il mondo dei Wumpus world richiede la capacità di rappresentare informazione parziale e negata, ragionamento per casi, etc.

Forward e Backward chaining sono lineari, e completi per clausole di Horn  
La Risoluzione è completa per la logica proposizionale

La logica proposizionale manca di potere espressivo